C12 Modalidad a Distancia - Virtual

Matemática

Guía de Estudio para Examen de Ubicación

8vo EGBS

Índice

Números Enteros

En la vida real se nos presenta la necesidad de representar números negativos como; el dinero adeudado, la temperatura bajo cero, la profundidad del nivel del mar, entre otras.

Este tipo de situaciones los podemos representar con los números enteros, incluso podemos realizar operaciones y ordenarlos,

Definición

El conjunto de los números enteros $(\mathbb{Z})$,está formado por los enteros negativos $(\mathbb{Z})^{-}$,los enteros positivos $(\mathbb{Z})^{+}$, y el $\mathbf{0}$.

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, \mathbf{-5}, \mathbf{-4}, \mathbf{-3}, \mathbf{-2}, \mathbf{-1}, \mathbf{0}, \mathbf{+1}, \mathbf{+2}, \mathbf{+3}, \mathbf{+4}, \mathbf{+5}, \ldots\}$$

En el caso de los movimientos bancarios, se acostumbra a representar los depósitos con el signo más $(+)$ y los retiros con el signo menos $(-)$.

Representación de situaciones en la vida real

Expresar con números enteros las siguientes situaciones.

a) Perdí 20 dólares. Respuesta: -20

b) He retrocedido 5 metros. Respuesta: -5

c) Dentro de 10 años Respuesta: $+10$

d) Bajamos 3 pisos en el ascensor Respuesta: -3

e) Javier y Marlene viajan en avión a 12 000 metros de altura Respuesta: $+12\,000$

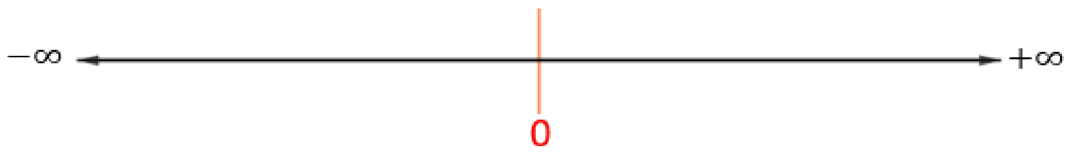
f) Flor realizo los siguientes movimientos bancarios en su cuenta de ahorros: el lunes deposito $\$ 150$, el martes retiro $\$ 60$, el miércoles retiro $\$ 40$, el jueves deposito $\$ 430$ y el viernes retiro$\$ 259$.

Movimientos Bancarios	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Deposito	$+\$ 150$			$+\$ 430$	
Retiro		$-\$ 60$	$-\$ 40$		$-\$ 259$

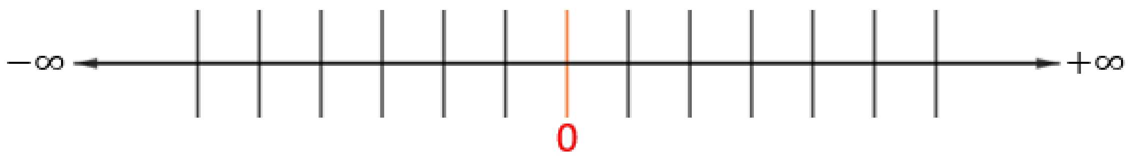
Representación en la recta numérica de los números enteros

Los números enteros se pueden representar gráficamente sobre una recta numérica así.:

1. Se ubica un punto sobre la recta que corresponde al 0 (cero).



2. A partir de este punto se dibujan separaciones en partes iguales, hacia la derecha como izquierda.

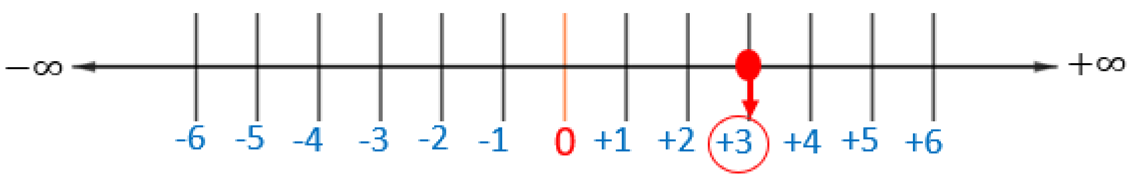


3. A cada separación se le asigna un número entero:

   - Hacia la derecha del cero enteros positivos.
   - Hacia la izquierda del cero enteros negativos.

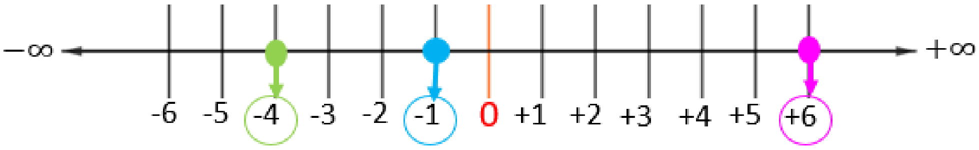
4. Para marcar un numero entero en la recta se utiliza un punto.

Graficar en la recta numérica el numero 3

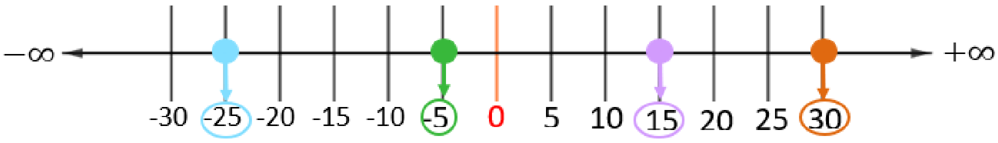


Ejemplos:

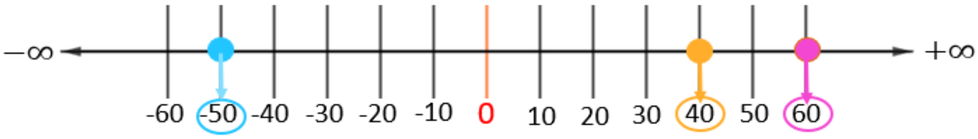
- Graficar en la recta numérica los siguientes números: - 4, -1 y 6.



- Graficar en la recta numérica los siguientes números: - 25, -5, 15 y 30.



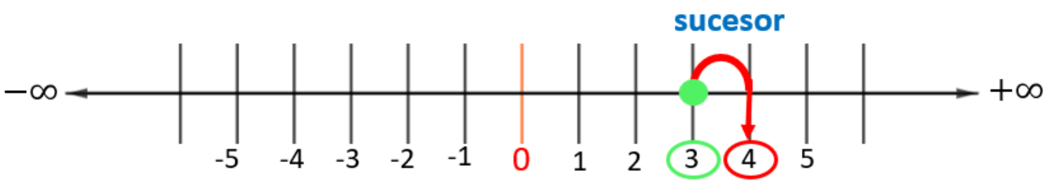
- Graficar en la recta numérica los siguientes números: 40, -50 y 60.



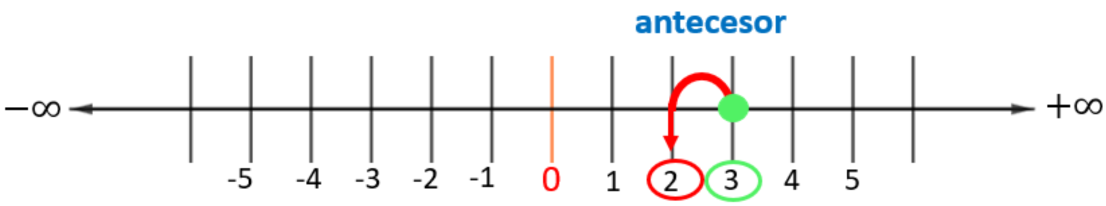
Sucesor y antecesor de un número entero.

Los números enteros están organizados de forma creciente de izquierda a derecha.

El **sucesor** es el número que se encuentra inmediatamente a la **derecha** del número dado.

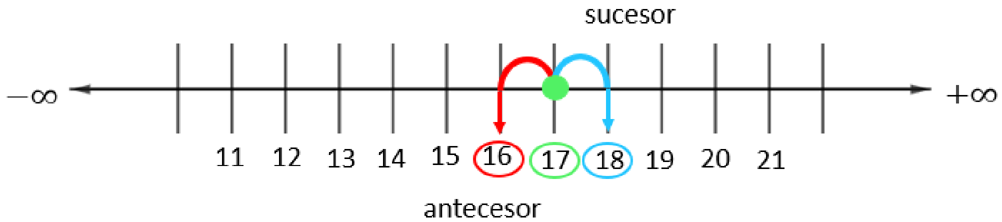


El **antecesor** es el número que se encuentra inmediatamente a la **izquierda** del número dado.



Ejemplos:

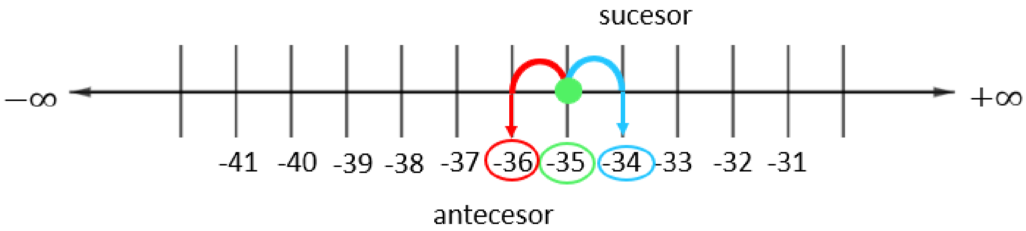
- Identificar el sucesor y antecesor de 17:



El sucesor de 17 es: **18**

El antecesor de 17 es: **16**

- Identificar el sucesor y antecesor de -35:



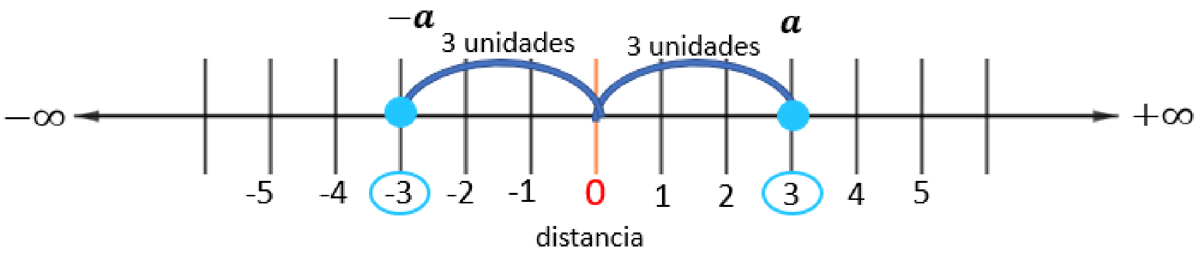
El sucesor de -35 es: $\mathbf{-34}$

El antecesor de -34 es: $\mathbf{-36}$

Números opuestos o simétrico

Cada elemento del conjunto de los enteros positivos tiene un opuesto en el conjunto de los enteros negativos cuando están a la misma distancia del cero.

El opuesto de un número entero $\boldsymbol{a}$ se simboliza como $\boldsymbol{-a}$.



Ejemplos:

Determinar el número opuesto de los siguientes números:

El opuesto de 3 es: $\mathbf{-3}$

El opuesto de -5 es: $\mathbf{+5}$

El opuesto de 70 es: $\mathbf{-70}$

El opuesto de -265 es: $\mathbf{+265}$

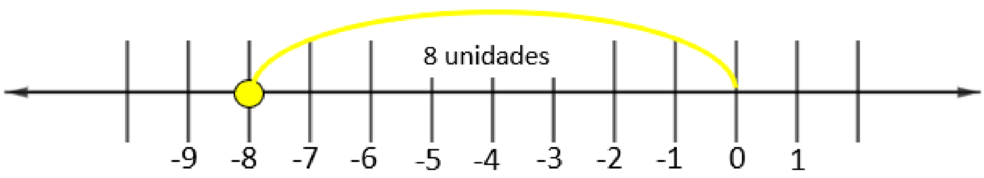
El opuesto de 17 es: $\mathbf{-17}$

El opuesto de -52 es: $\mathbf{+52}$

Valor Absoluto

Es la distancia o el número de unidades que separan a dicho número del cero.

Se simboliza como $|\boldsymbol{a}| = \boldsymbol{a}$



Ejemplo:

Calcular el valor absoluto de los siguientes números. Justificar en cada caso.

$|-83| = \mathbf{83}$ **,** ya que -83 está a 83 unidades del cero en la recta numérica.

$|27| = \mathbf{27}$ **,** ya que 27 está a 27 unidades del cero en la recta numérica.

$|-4| = \mathbf{4}$ **,** ya que -4 está a 4 unidades del cero en la recta numérica.

$|-117| = \mathbf{117}$ **,** ya que -117 está a 117 unidades del cero en la recta numérica.

$|-99| = \mathbf{99}$ **,** ya que -99 está a 99 unidades del cero en la recta numérica.

$|347| = \mathbf{347}$ **,** ya que 347 está a 347 unidades del cero en la recta numérica.

Orden en los números enteros

Cuando se comparan dos números enteros $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$, entre ellos se cumple una y solo una de las siguientes relaciones.

$\boldsymbol{a}$ es **menor** que $\boldsymbol{b}$	$a < b$
$\boldsymbol{a}$ es **mayor** que $\boldsymbol{b}$	$a > b$
$\boldsymbol{a}$ es **igual** que $\boldsymbol{b}$	$a = b$

Criterios que permiten determinar la relación de orden existente entre dos números enteros son:

- Dados dos números enteros positivos, es mayor el que tiene mayor valor absoluto.

  Ejemplo:

  4 $\qquad$ 17

  $|4| = 4$ $\qquad$ $|17| = 17$

  $$17 > 4$$

  17 es **mayor** que 4

- Dados dos números enteros negativos, es mayor el que tiene menor valor absoluto.

  Ejemplo:

  -5 $\qquad$ -10

  $|-5| = 5$ $\qquad$ $|-10| = 10$

  $$-5 > -10$$

  -5 es **mayor** que -10

- Un número positivo siempre es mayor que cualquier número negativo.

  Ejemplo:

  32 $\qquad$ -59

  $$32 > -59$$

  32 es **mayor** que -59

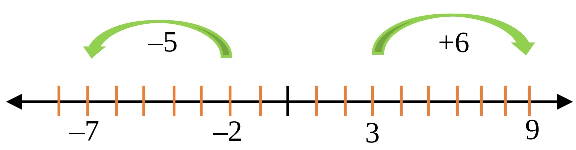
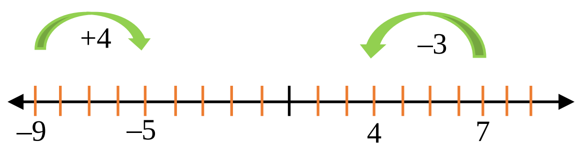
Ejemplos:

Completar con los signos $>$ (mayor), $<$ (menor) o $=$ (igual) según corresponda.

$-5 \ \boxed{<} \ 36$	$-88 \ \boxed{=} \ -88$
$47 \ \boxed{>} \ 31$	$-12 \ \boxed{>} \ -76$
$-22 \ \boxed{<} \ -4$	$-1 \ \boxed{<} \ 9$

Operaciones con Números Enteros

Suma de dos números

Mismo signo	Diferente signo
Se suman los números y se coloca el signo de ambos. **EJEMPLOS:** – 2 – 5 = **– 7** 3 + 6 = **8**  	Se restan los números y se coloca el signo del número mayor. **EJEMPLOS:** –9 + 4 = **–5** 7 – 3 = **4** 

Suma de varios números

Para realizar la suma con más de dos números, se efectúa la operación en el orden en que aparecen.

11 – 3 + 7	– 15 + 3 – 10 + 7	8 – 13 – 2 + 11
8 + 7	– 12 – 3	– 5 + 9
15	– 15	4

EJEMPLO 1:

$-4 + 5 = \mathbf{+1}$ (Primero se identifica el número mayor que es el 5 y se selecciona el signo de este número y tiene signo positivo, entonces la respuesta será con signo positivo. Luego se restan los números $5 - 4 = 1$; entonces la respuesta es $\mathbf{+1}$**)**

$7 - 15 = -8$ (Se identifica el número mayor y se selecciona el signo de ese número, en este caso se selecciona el menos por el número 15. Y se restan los números $15 - 7 = 8$; entonces la respuesta es $\mathbf{-8}$)

$$\mathbf{-7 + 4 - 8}$$

$-7 - 8 + 4$ (Se agrupan los números que tiene igual signo)

$-15 + 4$ (Se suman los números que tienen igual signo y se conserva el signo)

$\mathbf{-11}$ Se identifica el número mayor y se selecciona el signo de ese número, en este caso se selecciona el menos por el número 15. Y se restan los números $15 - 4 = 11$; entonces la respuesta es $\mathbf{-11}$)

$$\mathbf{6 - 27 + 13}$$

6 + 13 – 27 (Se agrupan los números que tiene igual signo)

19 – 27 (Se suman los números que tienen igual signo y se conserva el signo)

$\mathbf{-8}$ (Se identifica el número mayor y se selecciona el signo de ese número, en este caso se selecciona el menos por el número 27. Y se restan los números $27 - 19 = 8$; entonces la respuesta es $\mathbf{-8}$)

EJEMPLO 2:

Luis hizo dos compras con su tarjeta de crédito: una por $ 296 y otra por $ 103. Antes de hacer las compras tenía un saldo a favor de $ 229, entonces abonó a la tarjeta $ 130. ¿Qué saldo tiene después del abono?

Solución:

Para resolver el problema, se puede efectuar la siguiente adición de números enteros aplicando las propiedades.

Saldo a favor		Costo de la primera compra		Costo de la segunda compra		Abono
↓		↓		↓		↓
229	–	296	–	103	+	130

= 229 + 130 – 296 – 103

= 359 – 399

= – 40

Por tanto, Luis tiene un saldo en contra de $ 40.

Multiplicación de números enteros

Según el lenguaje matemático, el signo (x) de la multiplicación puede sustituirse por el signo (.) o por el signo (*).

Se multiplican los números y se antepone el signo dado por la regla de los signos que se muestra adelante.

Regla de los signos

El producto de dos números enteros de igual signo es positivo.	El producto de dos números enteros de diferente signo es negativo.
$(+)\cdot(+) = +$ $(-)\cdot(-) = +$	$(+)\cdot(-) = -$ $(-)\cdot(+) = -$

EJEMPLO 1:

Resolver el siguiente ejercicio: 3*(– 4)

Primero se multiplican los signos, el 3 tiene signo más (+) y el 4 tiene signo menos (–):

$+ * - = \mathbf{-}$

Después se multiplican los números: $3 * 4 = \mathbf{12}$

Respuesta: **– 12**

EJEMPLO 2:

Resolver el siguiente ejercicio: (– 8) * (– 11)

Primero se multiplican los signos, el 3 tiene signo más (+) y el 4 tiene signo menos (–):

$- * - = +$

Después se multiplican los números: $8 * 11 = \mathbf{88}$

Respuesta: $\mathbf{+88}$

EJEMPLO 3:

Resolver la siguiente operación: [(– 3)• 4] • (– 7)

[(– 3)• 4] • (– 7)

= (– 12) • (– 7)

= 84

Primero se resuelve la operación que está dentro de los corchetes. Multiplicando los signos $+ * - = -$ y luego multiplicando los números $3 * 4 = \mathbf{12}$ **.** Entonces la respuesta del corchete es **– 12.**

En el nuevo par de paréntesis se multiplican los signos $- * - = +$ y luego los números $12 * 7 = \mathbf{84}$

Entonces la respuesta es $\mathbf{+84}$

EJEMPLO 4:

Resolver el siguiente ejercicio: 3 • [(– 7) • (8)]

3 • [(– 7) • (8)]

= 3 • (– 56)

= – 168

Primero se resuelve la operación que está dentro de los corchetes. Multiplicando los signos $- * + = -$ y luego multiplicando los números $7 * 8 = \mathbf{56}$ **.** Entonces la respuesta del corchete es $\mathbf{-56}$**.**

En el nuevo par de paréntesis se multiplican los signos $+ * - = -$ y luego los números $3 * 56 = \mathbf{168}$

Entonces la respuesta es $\mathbf{-168}$

Operaciones combinadas

- Primero, calculamos las operaciones indicadas dentro de los paréntesis.
- A continuación, efectuamos las multiplicaciones y las divisiones en el orden en que aparecen.
- Finalmente, solucionamos las sumas y las restas.

EJEMPLOS:

Resolver el segundo ejercicio: 5 * (– 7 + 4) + 8 – 3

5 * (– 7 + 4) + 8 – 3

= 5 * (– 3) + 8 – 3 Calcular las operaciones dentro de los paréntesis.

= – 15 + 8 – 3 Realizar la multiplicación.

= – 7 – 3 Sumar o restar.

= – 10

Resolver el siguiente ejercicio: – 2 * (7 * 3 – 12) + 8

– 2 * (7 * 3 – 12) + 8

= – 2 * (21 – 12) + 8 Calcular la multiplicación dentro del paréntesis.

= – 2 * (9) + 8 Calcular la operación dentro del paréntesis.

= – 18 + 8 Realizar la multiplicación.

= – 10 Sumar o restar.

Operaciones combinadas con paréntesis y corchetes

Además de los paréntesis, existen símbolos con mayor jerarquía: los corchetes.

- Primero, se resuelven las operaciones de dentro hacia afuera, generalmente iniciamos con las que están dentro de los paréntesis.
- Sustituimos los corchetes por paréntesis y efectuamos las operaciones indicadas dentro de dichos paréntesis.
- Efectuamos las multiplicaciones y las divisiones en el orden en que aparecen.
- Finalmente, solucionamos las sumas y las restas.

EJERCICIOS:

Resolver le siguiente ejercicio: **5 * [6 * (2 + 3 – 9) + 8]**

5 * [6 * (2 + 3 – 9) + 8]	
= 5 * [6 * (5 – 9) + 8]	Calcular las operaciones dentro de los paréntesis.
= 5 * [6 * (– 4) + 8]	Calcular las operaciones dentro de los paréntesis.
= 5 * [– 24 + 8]	Calcular la multiplicación dentro del corchete.
= 5 * (– 16)	Sumar o restar dentro del corchete.
= – 80	Multiplicar.

Calcular la siguiente operación combinada: – 7 * [5 * (– 2 + 6) – 2 * (– 5 + 9)]

– 7 * [5 * (– 2 + 6) – 2 * (– 5 + 9)]	
= – 7 * [5 * (4) – 2 * (4)]	Calcular las operaciones dentro de los paréntesis.
= – 7 * (20 – 8)	Calcular las multiplicaciones dentro del corchete.
= – 7 * (12)	Sumar o restar dentro del paréntesis.
= – 84	Multiplicar

Potenciación

La potenciación se puede considerar como una operación abreviada de una multiplicación reiterada con el mismo factor

Los términos que intervienen en la potenciación son:

Base: cantidad que se va a multiplicar.

Exponente: indica las veces que la base se va a multiplicar.

$$\overset{\text{exponente}}{a^{n}}$$

base

Cuando el exponente es un número natural "n", este indica las veces que aparece "a" multiplicado por sí mismo, siendo "a" un número cualquiera:

$$\underbrace{a^n = a * a * a * \ldots .* a * a}_{\text{n veces}}$$

Resumen

BASE	EXPONENTE	RESULTADO	EJEMPLOS
Positiva	Positivo	Positivo	$5^2 = 5 * 5 = 25$ $3^3 = 3 * 3 * 3 = 27$
Negativa	Par	Positivo	$(-2)^2 = (-2)(-2) = +4$ $(-3)^4 = (-3)(-3)(-3)(-3) = +81$
	Impar	Negativo	$(-5)^3 = (-5)(-5)(-5) = -125$ $(-3)^5 = (-3)(-3)(-3)(-3)(-3) = -243$

Descripción: Resumen de bases y exponentes
Elaborado por: Área de Matemática EGBS

Propiedades de la potenciación

PROPIEDAD	¿Qué se realiza?	Expresión	Ejemplos
Exponente “0”	El resultado siempre será 1	$a^{0} = 1$	$25^0 = 1$ $(-100)^0 = 1$
Exponente “1”	El resultado siempre será el mismo número	$a^{1} = a$	$1^1 = 1$ $(-45)^1 = -45$
Potencia de una potencia	Se multiplican los exponentes	$(a^m)^n = a^{m*n}$	$(3^2)^5 = 3^{2*5} = 3^{10}$ $(7^3)^2 = 7^{3*2} = 7^6$
Multiplicación de potencias con la misma base	Se conserva la base y se suman los exponentes	$a^m * a^n = a^{m+n}$	$17^4 * 17^5 = 17^{4+5} = 17^9$ $(-5)^2 * (-5)^3 = (-5)^{2+3}$ $= (-5)^5$
Multiplicación de potencias con el mismo exponente	Se conserva el exponente y se multiplican las bases	$a^m * b^m = (a * b)^m$	$7^2 * 3^2 = (7 * 3)^2$ $= 21^2$ $(-2)^5 * 4^5 = (-2 * 4)^5$ $= -8^5$
División de potencias con la misma base	Se conserva la base y se restan los exponentes	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{13^7}{13^2} = 13^{7-2} = 13^5$ $\frac{(-3)^{11}}{(-3)^9} = (-3)^{11-9}$ $= (-3)^2$
División de potencias con el mismo exponente	Se conserva el exponente y se dividen las bases	$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$	$\frac{8^7}{4^7} = \left(\frac{8}{4}\right)^7 = 2^7$ $\frac{(-21)^4}{7^4} = \left(\frac{-21}{7}\right)^4$ $= (-3)^4$

Descripción: Resumen Propiedades de la potenciación
Elaborado por: Área de matemática EGBS

Ejercicios resueltos

1. Resolver la siguiente operación de potencias y expresar la respuesta como una potencia.

$$\mathbf{2^3 * 2^8 * 2}$$

Solución

$2^3 * 2^8 * 2^{1}$	El tercer número tiene exponente 1.
2^{3+8+1}	Se conserva la base y los exponentes se suman
2^{12}	Respuesta

2. Resolver la siguiente operación de potencias y expresar la respuesta como una potencia.

$$\mathbf{5^3 * 5^7 * 2^{14}}$$

Solución

$5^3 * 5^7 * 2^{14}$

$(5^3 * 5^7) * 2^{14}$	Se agrupan bases iguales.
$5^{3+7} * 2^{14}$	Se conserva la base y los exponentes se suman.
$5^{10} * 2^{14}$	Suma de los exponentes
$(5 * 2)^{14}$	Se agrupan las potencias iguales.
10^{14}	Respuesta

3. Resolver la siguiente operación de potencias y expresar la respuesta como una potencia.

$$\mathbf{3^4 * \frac{21^5}{7^5} * (3^2)^4}$$

Solución

$3^4 * \frac{21^5}{7^5} * (3^2)^4$ División/ Se conserva el exponente y se dividen las bases

$$3^4 * \left(\frac{21}{7}\right)^5 * (3^2)^4$$

$3^4 * 3^5 * (3^2)^4$	Potencia de una potencia/ Se multiplican los exponentes
$3^4 * 3^5 * 3^{2*4}$	
$3^4 * 3^5 * 3^8$	Se conserva la base y los exponentes se suman
3^{4+5+8}	
3^{17}	Respuesta

4. En un parque hay cinco lagos con cinco patos en cada lago. ¿Cuántos patos habrá en total?

Solución

Lagos: 5

Patos: 5

$5^2 = 5*5 = 25$

Respuesta: En total hay 25 patos

5. En una granja hay 4 corrales con cuatro vacas lecheras en uno, 4 vacas Braman en otro, 4 llamas en el tercero, y en el último 4 cabras. ¿Cuántas patas habrá en total?

Solución:

Corrales: 4

Patas por animal: 4

Animales por corral: 4

$4^3 = 4* 4* 4 = 64$

Respuesta: En total hay 64 patas.

Números racionales

Los números racionales son el conjunto de todos aquellos números que se pueden escribir como fracción y decimal, es decir:

Las fracciones constan de dos términos o elementos:

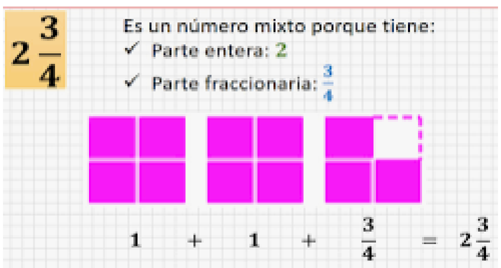
$$\frac{a}{b} = \frac{numerador}{denominador}, \text{ con } b \neq 0$$

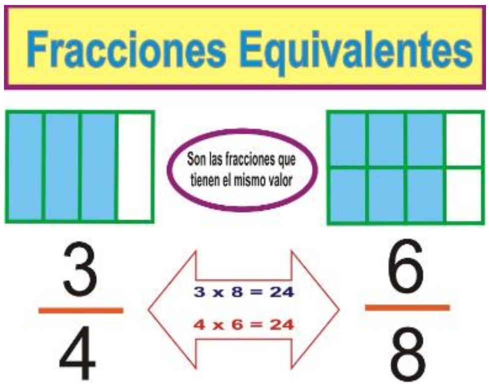
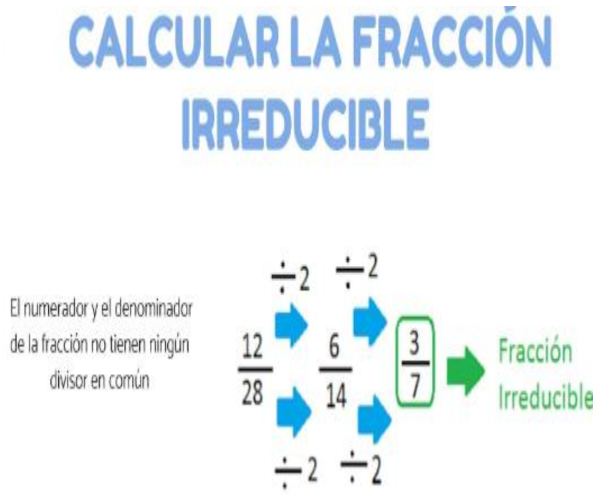
Para leer una fracción se enuncia primero el numerador y después el denominador. Por ejemplo:

En la fracción $\frac{7}{8}$, el 7 es el numerador y 8 el denominador, se lee “siete octavos”.

Si el denominador es mayor a 10 se añade al denominador la terminación “avo”. Por ejemplo: en la fracción $\frac{4}{12}$, se lee “cuatro doceavos”.

Tipos de números racionales y representación

Descripción / Tipos de fracciones	Definición	Representación
Propias	Son aquellas en las cuales el numerador es menor que el denominador, ej. $\frac{5}{6}$	
Impropias	Son aquellas en las cuales el numerador es mayor que el denominador.	
Mixtas	Son aquellas que contienen una parte entera y una parte fraccionaria y se obtienen de fracciones impropias.	

Equivalentes	Son aquellas que tienen el mismo valor, aunque tengan diferentes valores, para comprobar se multiplica de forma cruzada la igualdad de las dos fracciones y la igualdad se cumple.	
Irreductibles	Una fracción es irreducible cuando esta expresada en su mínima expresión, es decir cuando no se puede simplificar, cuando los términos de la fracción no tienen ningún divisor en común.	

Ejercicios sobre tipos de fracciones

Fracciones propias: que al dividirlos se transforman en decimales exactos o finitos con residuo cero: $\frac{2}{5} = 0{,}4$; $\frac{1}{10} = 0{,}1$; $\frac{4}{5} = 0{,}8$

Fracciones impropias: que se transforman en números mixtos:

$\frac{13}{5} = 2\,\frac{3}{5}$; $\frac{9}{4} = 2\,\frac{1}{4}$; $\frac{15}{4} = 3\,\frac{3}{4}$

Fracciones mixtas: que contiene una parte entera y una fracción, se transforman en fracciones impropias multiplicando la parte entera por el denominador de la fracción y se suma el numerador, esta cantidad se pone en el numerador de la fracción resultante y se mantiene el denominador de la fracción:

Ejemplo 1: $3\,\frac{2}{5} = \frac{3\,.\,5+2}{5} = \frac{17}{5}$

Ejemplo 2: $4\,\frac{2}{3} = \frac{4\,.\,3+2}{3} = \frac{14}{3}$

Fracciones equivalentes: que se obtienen al multiplicar o dividir por un mismo número el numerador y el denominador de una fracción. Además, se comprueba operando la proporción que se forma al multiplicar de forma cruzada y se obtiene la misma respuesta:

Ejemplo 1: $\frac{4}{9} = \frac{4 \ . \ 3}{9 \ . \ 3} = \frac{12}{27}$, la primera y tercera fracciones son equivalentes	Comprobación: $\frac{4}{9} \quad \frac{12}{27}$, de donde $4 \times 27 = 9 \times 12$, luego $108 = 108$
Ejemplo 2: $\frac{54}{36} = \frac{54 : 9}{36 : 9} = \frac{6}{4}$, la primera y tercera fracciones son equivalentes	Comprobación: $\frac{54}{36} \quad \frac{6}{4}$, de donde $54 \times 4 = 36 \times 6$, luego $216 = 216$

Fracciones irreductibles: cuando el numerador y denominador no son divisibles para un mismo número y la fracción no se puede simplificar:

Ejemplo 1:

$\frac{24}{9} = \frac{24 : 3}{9 : 3} = \frac{8}{3}$, las fracciones de los extremos son equivalentes y la fracción $\frac{8}{3}$ no es posible seguir simplificando y toma el nombre de irreductible.

Ejemplo 2:

$\frac{18}{32} = \frac{18 : 2}{32 : 2} = \frac{9}{16}$, las fracciones de los extremos son equivalentes y la fracción $\frac{9}{16}$ no es posible seguir simplificando y toma el nombre de irreductible.

Conversión de números decimales a fracciones o viceversa

Descripción / Tipo de Decimal	Concepto	Ejemplos	Convertir una fracción a decimal o viceversa
Finito o exacto	Son aquellos que tienen un número determinado de decimales, no hay números que se repitan. Siempre que se divida el numerador para el denominador la división es exacta y el residuo es cero, su resultado es un decimal finito.	0,4 4,56 0,0003 2,9876 0.1	**Fracción a decimal** Se divide numerador para denominador $\frac{2}{5}$ = 0,4 el residuo es cero. **Decimal a fracción** 0,4 se lee "cuatro décimos" y se escribe como fracción y se simplifica: $\frac{4}{10} = \frac{4:2}{10:2} = \frac{2}{5}$
Periódico Puro	Son aquellos que tiene una o más cifras que se repiten sucesiva e infinitamente a partir de la coma hacia la derecha.	57,18181818.... Se escribe en notación matemática con una línea sobre la parte periódica $57,\overline{18}$	Los pasos a seguir son los siguientes: 1. Se escribe el número como una fracción, en el numerador se coloca toda la cantidad sin la coma y se resta él o los números que están antes del período (de la rayita) 2. En el denominador se escribe un 9 por cada número que está en el período 3. Se simplifica la fracción hasta que sea irreductible. $57,\overline{18} = \frac{5718-57}{99} =$ $\frac{5661}{99} = \frac{1887}{33} = \frac{629}{11}$

Ejercicios sobre conversión

Transformar de decimal finito o exacto a fracción:

Ejemplo 1:

0,25 se lee "veinte y cinco centésimas" se escribe como fracción y se simplifica:

$\frac{25}{100} = \frac{25:25}{100:25} = \frac{1}{4}$, la última fracción se conoce como "generatriz" del decimal 0,25

Ejemplo 2:

0,375 se lee "trescientos setenta y cinco milésimos" se escribe como fracción y se simplifica:

$\frac{375}{1000} = \frac{375:5}{1000:5} = \frac{75}{200} = \frac{75:5}{200:5} = \frac{15}{40} = \frac{15:5}{40:5} = \frac{3}{8}$, la última fracción es la generatriz de 0,375

Transformar de decimal periódico puro infinito a fracción:

Ejemplo 1: 0,33333333………

En lenguaje simbólico periódico: $0,\overline{3}$

Se expresa como fracción $\frac{03-0}{9} = \frac{3}{9} = \frac{3:3}{9:3} = \frac{1}{3}$, es la fracción irreductible y generatriz del periódico puro indefinido 0,3333….

Ejemplo 2: 2,25252525……….

En lenguaje simbólico periódico: $2,\overline{25}$

Se expresa como fracción $\frac{225-2}{99} = \frac{223}{99}$, es la fracción irreductible y generatriz del periódico puro indefinido: 2,252525………

Potenciación

La potenciación es una forma abreviada de expresar la multiplicación sucesiva de un mismo factor llamado “base” tantas veces lo que indica otro número llamado “exponente”. Se escribe a^n y se lee normalmente como «**a** elevado a **n**» o también «**a** elevado a la **n**». y la respuesta es otro número llamado “potencia”

exponente

base ← $a^n = b$ → **potencia**

Cuando el exponente es un número natural “n”, este indica las veces que aparece “a” multiplicando por sí mismo, siendo “a” un número cualquiera: entero, racional, etc.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}_{n \text{ veces}} = b$$

Propiedades de la potenciación con números racionales

Sean $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ € Q, en donde “a, b, c, d sean ≠ 0” y “m, n € Z” se cumple que:

Propiedad	Definición	Simbólicamente
Producto de potencias de igual base	Se mantiene la base y se suman los exponentes.	$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}$
Cociente de potencias de igual base	Se mantiene la base y se restan los exponentes.	$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}$
Potencia de una potencia	Se mantiene la base y se multiplican los exponentes.	$\left(\left(\frac{a}{b}\right)^n\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n.m}$
Potencia de un producto	Se transforma en el producto de las potencias de sus factores.	$\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n$
Potencia de un cociente	Se transforma en el cociente de las potencias del dividendo y el divisor.	$\left(\frac{a}{b} : \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{c}{d}\right)^n$
Potencia con exponente negativo	Se transforma a exponente positivo invirtiendo la base.	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

Reglas de la potenciación

a) Si la base es negativa y el exponente es par la potencia es positiva:

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

b) Si la base es negativa y el exponente es impar la potencia es negativa:

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{8}{27}$$

c) Si la base es positiva y el exponente es par o impar la potencia siempre será positiva.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \qquad \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

Ejercicios Resueltos

Ejercicio 1

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{\mathbf{0}} = \mathbf{1};\ \left(-\frac{3}{4}\right)^{\mathbf{0}} = \mathbf{1}$$

Se aplica la propiedad de la potencia de exponente cero, toda cantidad positiva o negativa elevado a la cero es uno.

Ejercicio 2

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3^2}{5^2}$$

El exponente afecta tanto al numerador como al denominador.

$$= \frac{3\ .\ 3}{5\ .\ 5} = \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{25}}$$

Se aplica el criterio de potencia se repite la base el número de veces que indica el exponente.

Ejercicio 3

$$\left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \left(-\frac{3}{4}\right) . \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{16}$$

Se aplica el criterio de potencia se repite la base el número de veces que indica el exponente o una regla de la potenciación si la base es negativa y el exponente es par la potencia es positiva.

Ejercicio 4

$$\left(-\frac{1}{4}\right)^3 = \left(-\frac{1}{4}\right).\left(-\frac{1}{4}\right).\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{64}$$

Se aplica el criterio de potencia se repite la base el número de veces que indica el exponente o una regla de la potenciación si la base es negativa y el exponente es impar la potencia es negativa.

Ejercicio 5

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}.\left(-\frac{2}{3}\right)^{3}.\left(-\frac{2}{3}\right)^{3}$$

$$= \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2+3+3}$$

Se aplica la propiedad producto de potencias de igual base se mantiene la base y se suman los exponentes.

$$= \left(-\frac{2}{3}\right)^{4}$$

Se obtiene la operación aritmética del exponente

$$= \left(-\frac{2}{3}\right).\left(-\frac{2}{3}\right).\left(-\frac{2}{3}\right).\left(-\frac{2}{3}\right)$$

se aplica lo que indica la potencia y se repite la base el número de veces que indica el exponente

$$= \frac{16}{81}$$

O se utiliza la regla de la potenciación si la base es negativa y el exponente es par la potencia es positiva.

Ejercicio 6

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{7} : \left(\frac{2}{3}\right)^{5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{7-5}$$

Se aplica la propiedad cociente de potencias de igual base se mantiene la base y se restan los exponentes

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^{2}$$

Se realiza la operación aritmética en el exponente

$$= \left(\frac{2}{3}\right).\left(\frac{2}{3}\right)$$

Se aplica el criterio de potencia se repite la base el número de veces que indica el exponente

$$= \frac{4}{9}$$

O se utiliza una regla de la potenciación si la base es positiva y el exponente es par la potencia es positiva.

Ejercicio 7

$[\left(\frac{1}{2}\right)^{2}]^{3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2\,.\,3}$

Se aplica la propiedad potencia de potencia se mantiene la base y se multiplica los exponentes

$= \left(\frac{1}{2}\right)^{6}$

se multiplica los factores del exponente

$= \left(\frac{1}{2}\right).\left(\frac{1}{2}\right).\left(\frac{1}{2}\right).\left(\frac{1}{2}\right).\left(\frac{1}{2}\right).\left(\frac{1}{2}\right)$

Se aplica el criterio de potencia se repite la base el número de veces que indica el exponente.

$= \frac{1}{64}$

O se utiliza la regla de la potenciación si la base es positiva y el exponente es par la potencia es positiva.

Ejercicio 8

$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^{3}$

Se aplica la propiedad potencia con exponente negativo se transforma a exponente positivo invirtiendo la base

$= \left(-\frac{3}{2}\right).\left(-\frac{3}{2}\right).\left(-\frac{3}{2}\right)$

Se aplica el criterio de potencia se repite la base el número de veces que indica el exponente.

$= -\frac{27}{8}$

o se utiliza una regla de la potenciación si la base es negativa y el exponente es impar la potencia es negativa.

Operaciones Combinadas

Los números racionales se expresan como el cociente de dos números enteros $\frac{a}{b}$, con b $\neq 0$ permiten expresar medidas cuando se compara una cantidad con su unidad generalmente se obtiene una fracción y se puede realizar las siguientes operaciones:

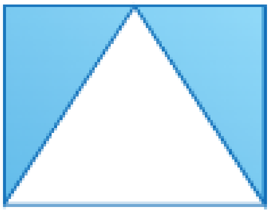
Adición de números racionales

Descripción / Adición	Procedimiento	Ejemplos
De fracciones con el mismo denominador	Se suman los numeradores y se mantiene el mismo denominador	$\frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{2+5}{3}$ $= \frac{7}{3}$
De fracciones con diferente denominador	Se halla el mínimo común múltiplo de los denominadores m.c.m a continuación el m.c.m se divide para cada denominador y se multiplica por el numerador respectivo	$\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{2\,.\,5 + 3\,.\,3}{15}$ $= \frac{10+9}{15}$ $= \frac{19}{15}$
Con números decimales	a) Se transforman a fracciones y se resuelve como el caso anterior.	0,2 + 1,5 = $\frac{2}{10} + \frac{15}{10} = \frac{17}{10}$
	b) Se coloca de forma vertical las cantidades de tal manera que la coma de los decimales este alineado, se suma y se vuelve a colocar la coma.	0,2 + 1,5 ——— 1,7

Sustracción de números racionales

Descripción / Sustracción	Procedimiento	Ejemplos
De números en forma de fracción	a) Se resta el minuendo es la fracción donde está "de" menos el sustraendo es la fracción donde está "restar" Es el mismo procedimiento que en la adición de fracciones. b) Cuando tienen diferente denominador primero se obtiene m.c.m	a) Restar $\frac{49}{5}$ de $\frac{78}{5}$ $\frac{78}{5} - \frac{49}{5} = \frac{78-49}{5} = \frac{29}{5}$ b) Dos autos tienen las siguientes velocidades: $\frac{75}{3}\frac{km}{h}$ y $\frac{90}{4}\frac{km}{h}$ ¿Cuál es la diferencia entre las dos velocidades? $\frac{75}{3} - \frac{90}{4} = \frac{75\,.\,4 - 90\,.\,3}{12}$ $= \frac{300 - 270}{12}$ $= \frac{30}{12}$ $= \frac{30:6}{12:6}$ $= \frac{5}{2}$
De números en forma decimal	Se realiza el siguiente proceso: **1.** Sino tienen igual número de decimales se iguala con ceros. **2.** Se resta como si fueran números enteros. Y se coloca el coma alineado con el minuendo y el sustraendo	De 27,451 restar 18,4 Primero se iguala cifras decimales: De 27,451 restar 18,400 Segundo se resta como si fuesen números enteros y se coloca la coma alineada: 27,451 - 18,400 09,051

Ejercicio de resta de fracciones:

Encuentre el área sombreada si: el área del rectángulo es $\frac{23}{36}\,m^2$ y el área del triángulo es $\frac{23}{72}\,m^2$		Área sombreada = área del rectángulo – área del triángulo Área = $\frac{23}{36}$ - $\frac{23}{72}$ $= \frac{23\times 2-23}{72}$ $= \frac{23}{72}$

Multiplicación de números racionales

Descripción / Multiplicación	Procedimiento	Ejemplos
Entre fracciones	Para multiplicar números racionales expresados como fracciones se multiplican numeradores entre sí y denominadores entre sí, siempre que los denominadores sean diferentes de cero	Un entero por una fracción $4\times\frac{3}{5} = \frac{4}{1}\times\frac{3}{5} = \frac{12}{5}$ Entre dos fracciones $\frac{5}{2}\times\frac{3}{4} = \frac{5\times 3}{2\times 4} = \frac{15}{8}$
Entre decimales	Se multiplican como si fueran números enteros y luego se cuenta el número de decimales que tienen los dos factores y se coloca en el resultado de derecha a izquierda	Multiplicar: 2,456 × 0,23 = 2,456 X 0,23 7368 4912 0,56488

División de números racionales

Descripción / División	Procedimiento	Ejemplos
Entre fracciones	Para dividir dos números racionales, se multiplica el dividendo por el inverso multiplicativo del divisor $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ con b, c $\neq 0$	Dividir: $\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{3 \times 5}{4 \times 2} = \frac{15}{8}$
Como fracciones complejas	La división entre fracciones se expresa como una fracción compleja; esto es, el dividendo está en el numerador y el divisor está en el denominador, el resultado es una fracción en donde el numerador es la multiplicación de los valores extremos y el denominador es la multiplicación de los valores medios: $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \times d}{b \times c}$ Donde b, c, d $\neq 0$	Dividir: $\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{5}}$ $= \frac{3 \times 5}{4 \times 2}$ $= \frac{15}{8}$

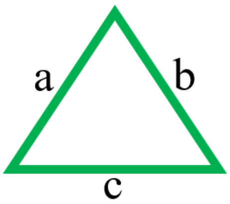
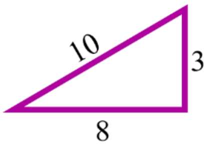
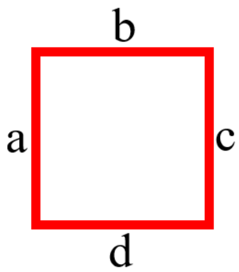
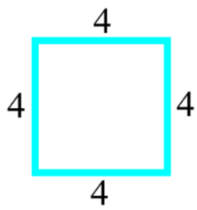
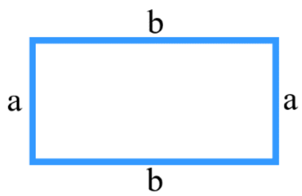
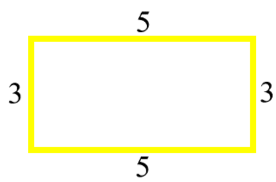
Áreas y Perímetros de Figuras Geométricas

Perímetro

El perímetro es la **suma** de las medidas **de todos los lados** que lo conforman.
El perímetro se representa por **P**.

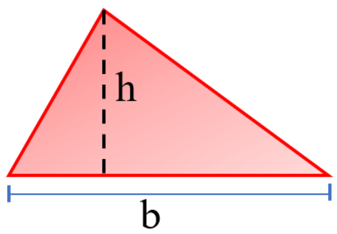
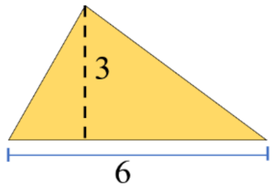
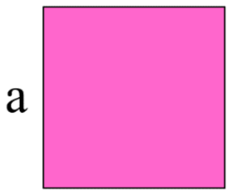
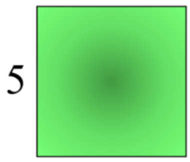
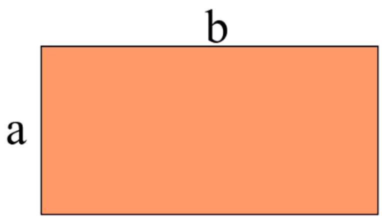
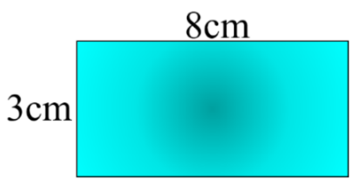
$$P = l + l + l + l + \cdots + l$$

Se recomienda que todas las medidas se encuentren dadas en las mismas unidades, caso contrario no se puede calcular el perímetro.

FIGURA	FORMULA	EJEMPLO
Triángulo	$\mathbf{P = a + b + c}$ 	Calcular el perímetro de un triángulo cuyos lados miden 3, 8, y 10 m.  $\mathrm{P = 10m + 3m + 8m}$ $\mathrm{P = 21m}$
Cuadrado	$\mathbf{P = a + b + c + d}$ 	Calcular el Perímetro:  $\mathrm{P = 4m + 4m + 4m + 4m}$ $\mathrm{P = 16m}$
Rectángulo	$\mathbf{P = 2(a + b)}$ 	Hallar el perímetro de un rectángulo de 6cm de largo por 3cm de ancho.  $\mathrm{P = 2(3cm + 5cm)}$ $\mathrm{P = 2\ (8cm)}$ $\mathrm{P = 16}\ cm$

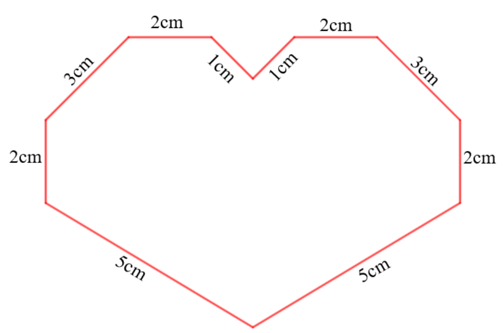
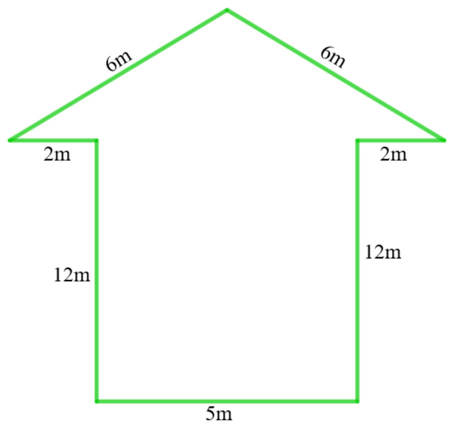
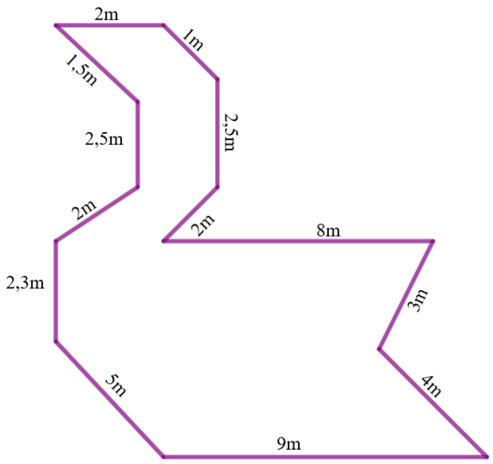
Áreas

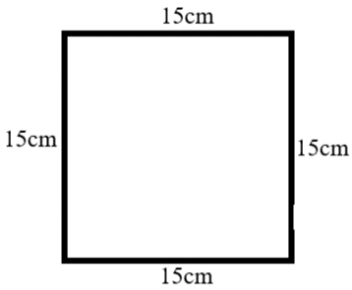
El área de una figura es la medida de la superficie que ocupa la figura. El área se simboliza con la letra A.

FIGURA	FORMULA	EJEMPLO
Triángulo	$\mathbf{A = \frac{b * h}{2}}$  	Hallar el área de un triángulo que tiene 6cm de base y una altura de 3cm.  $A = \frac{6cm * 3cm}{2}$ $A = \frac{18cm^2}{2}$ $A = 9cm^2$
Cuadrado	$\mathbf{A = a^2}$  	Calcular el Área del cuadrado si el lado mide 5 cm.  $A = (5cm)^2$ $A = 5cm * 5cm$ $A = 25cm^2$
Rectángulo	$\mathbf{A = a * b}$  	Hallar el área de rectángulo que mide 8cm por 3cm.  $\mathrm{A = 3cm * 8cm}$ $\mathrm{A} = 24cm^2$

Ejercicios de Aplicación con Perímetro

Calcule el perímetro de las siguientes figuras en base a su definición:

1.		$P = \text{Suma de todos sus lados}$ La figura tiene 10 lados $P = l + l + l + l + l + l + l + l + l + l$ $P = 3 + 2 + 1 + 1 + 2 + 3 + 2 + 5 + 5 + 2$ $P = 26cm$
2.		$P = \text{Suma de todos sus lados}$ La figura tiene 7 lados $P = l + l + l + l + l + l + l$ $P = 6 + 6 + 2 + 12 + 5 + 12 + 2$ $P = 45m$
3.		$P = \text{Suma de todos sus lados}$ La figura tiene 13 lados $P = l + l + l + l + l + l + l + l + l + l + l + l + l$ $P = 2 + 1 + 2{,}5 + 2 + 8 + 3 + 4 + 9$ $+5 + 2{,}3 + 2 + 2{,}5 + 1{,}5$ $P = 44{,}8m$

<table>
<tr><td>4.</td><td colspan="2">Calcular el perímetro de cuadrado que tiene como lado 15cm.</td></tr>
<tr><td colspan="2">
</td><td>$P = a + b + c + d$

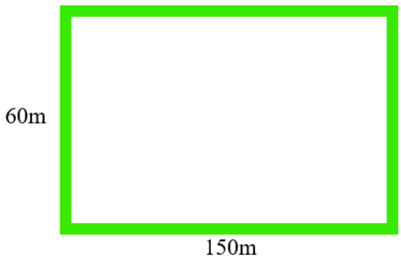
$P = 15 + 15 + 15 + 15$

$P = 60cm$

Respuesta: El perímetro del cuadrado es 600 centímetros.</td></tr>
<tr><td>5.</td><td colspan="2">¿Cuántos metros correrá Paola para dar la vuelta completa al parque La Carolina?</td></tr>
<tr><td colspan="2">
</td><td>$P = l + l + l + l + l + l + l$

$P = 550 + 1200 + 170 + 290 + 300 + 1400 + 400$

$P = 4310m$

Respuesta: Paola debe correr 4 310 metros para dar la vuelta completa al parque.</td></tr>
<tr><td>6.</td><td colspan="2">Dayana necesita medir el perímetro de su terreno para comprar el material para realizar la cerca. Si de largo mide 150metros y de ancho tiene 60metros. ¿Cuál es el perímetro del terreno de Dayana?</td></tr>
<tr><td colspan="2">
</td><td>$P = 2(a + b)$

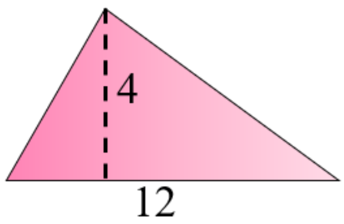
$P = 2\ (\ 150 + 60)$

$P = 2\ (210)$

$P = 420m$

Respuesta: El perímetro de la casa de Dayana es de 420 metros.</td></tr>
</table>

Ejercicios de aplicación con Áreas

<table>
<tr><td>7.</td><td>Calcular el Área del triángulo si su base mide 12metros y de altura tiene 4metros.</td></tr>
<tr><td colspan="2">
</td><td>

$$A = \frac{b * h}{2}$$

Identificamos:

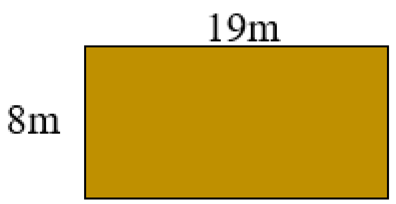
- Base b= 12 m
- Altura h= 4m

Reemplazamos

$$A = \frac{12m * 4m}{2}$$

$$A = \frac{48m^2}{2}$$

$$A = 24m^2$$

</td></tr>
<tr><td>8.</td><td>Una casa de forma rectangular tiene de largo 19 metros y de ancho 8 metros, ¿Cuál será el are de construcción de la casa?</td></tr>
<tr><td colspan="2">
</td><td>

$$\text{A} = 19\text{m} * 8\text{m}$$

$$\text{A} = 152m^2$$

Respuesta: La casa tiene un área de construcción de $152m^2$

</td></tr>
<tr><td>9.</td><td>Shirley desea pintar una pared de su sala, de largo tiene 4metros y de alto 2 metros, Si el pintor cobra por mano de obra y material 5 dólares por cada $\mathbf{1}m^2$. ¿Cuánto debe pagar Shirley por la pintar la pared de la sala?</td></tr>
<tr><td colspan="2">
</td><td>

$$\text{A} = 4\text{m} * 2\text{m}$$

$$\text{A} = 8m^2$$

La pared tiene un área de $\mathbf{8}m^2$

<u>Multiplicamos el precio por el área</u>

$$Costo = 5\ dolares\ \cdot 8$$

$$Costo = 40\ dolares$$

Respuesta: Shirley debe pagar 40 dólares por pintar la pared de la sala.

</td></tr>
</table>

Proposición

¿Qué es una proposición?

Una proposición es un enunciado que puede ser Verdadero o Falso, pero **NO** las dos cosas a la vez. Por esta razón, las preguntas, las órdenes y las exclamaciones no son proposicionales.

Por lo general, se representan por las letras del alfabeto desde la letra p.

Ejemplos:

a. Quito es la capital del Ecuador

Esta expresión es una proposición porque se puede afirmar si es verdadero o falso que Quito es la capital del Ecuador.

b. ¿Cuál es la raíz cuadrada de 81?

Esta expresión no es una proposición porque es una pregunta y por tanto no se puede afirmar si es verdadera o falsa.

c. 10+30= 45

Esta expresión es una proposición porque se puede afirmar si es verdadero o falso que 10+30= 45.

Proposición Simple

Es aquella que se forma sin utilizar términos de enlace.

Ejemplo:

- El 2 es factor del 4.
- La música clásica es la más antigua del mundo.
- La capital de Ecuador es Quito.
- El número -2 es un número entero.

Proposición Compuestas

Es aquella que se forma a partir de dos o a más proposiciones simples que se relacionan mediante conectivos lógicos.

- Mi primo es ingeniero y licenciado.
- La raíz cuadrada de 36 es 6 o -6.
- Si tengo hambre, entonces cocino.
- El número 7 es mayor que 5 y menor que 9.

Conectivos Lógicos

Los conectivos lógicos son los términos de enlace que se utilizan para formar proposiciones compuestas.

Conectivo Lógico	Operación Lógica	Símbolo	Notación	Lectura
No	Negación	$\sim$	$\sim p$	No p
o	Disyunción	$\vee$	$p \vee q$	p o q
y	Conjunción	$\wedge$	$p \wedge q$	p y q
Si …entonces …	Condicional	$\rightarrow$	$p \rightarrow q$	Si p entonces q, p implica q
Si y solo si	Bicondicional	$\leftrightarrow$	$p \leftrightarrow q$	P si y solo si q, p es equivalente a q

Operaciones Lógicas

<table>
<tr><td>OPERACIÓN LOGICA</td><td>EJEMPLOS</td></tr>
<tr><td>Negación

Su función es negar la proposición

<table><tr><th>p</th><th>$\sim p$</th></tr><tr><td>V</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td></tr></table></td><td>p: Cuenca es la capital de Quito
$\sim p$: Cuenca no es la capital de Quito
q: 2 + 3 = 5
~q: $2 + 3 \neq 5$

r: El número 4 es primo

~r: El número 4 no es primo</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>

Disyunción

Se obtiene un resultado VERDADERO si alguna de las proposiciones esverdadera.

<table>
<tr><th>p</th><th>q</th><th>p ∨ q</th></tr>
<tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr>
<tr><td>V</td><td>F</td><td>V</td></tr>
<tr><td>F</td><td>V</td><td>V</td></tr>
<tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr>
</table>

</td>
<td>

1. Dadas las proposiciones, determinar p ∨ q

p: El gato es un animal doméstico
q: El gato es un animal salvaje
p ∨ q: El gato es un animal doméstico o es un animal salvaje **(VERDADERO)**

2. Dada la siguiente proposición compuesta, determine las proposicionessimples que la forman.

El volcán Cotopaxi se ubica en la provincia de Pichincha o se ubica en laprovincia de Cotopaxi”

p: El volcán Cotopaxi se ubica en la provincia de Pichincha.

q: El volcán Cotopaxi se ubica en la provincia de Cotopaxi.

3. Dadas las proposiciones, determinar p ∨ q

p: La Gran Muralla China se encuentra en Italia

q: La Gran Muralla China se encuentra en Estados Unidos

p ∨ q: La Gran Muralla China se encuentra en Italia o en Estados Unidos **(FALSO)**

</td>
</tr>
<tr>
<td>

Conjunción

Se utiliza para conectar dos proposiciones que deben ser verdaderas para obtener un resultado VERDADERO.

<table>
<tr><th>p</th><th>q</th><th>p ∧ q</th></tr>
<tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr>
<tr><td>V</td><td>F</td><td>F</td></tr>
<tr><td>F</td><td>V</td><td>F</td></tr>
<tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr>
</table>

</td>
<td>

1. Dadas las proposiciones determinar p ^ q

p: La gallina es un ave

q: La gallina no puede volar

p ^ q: La gallina es un ave y no puede volar **(VERDADERO)**

2. Dada la siguiente proposición compuesta, determine las proposicionessimples que la forman.

“La bandera *y* el escudo son símbolos patrios del Ecuador.”
p: La bandera es un símbolo patrio del Ecuador.
q: El escudo es un símbolo patrio del Ecuador.

</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>

3. Dadas las proposiciones, determinar p ^ q

p: El pino es un árbol

q: La lechuga es un árbol

p ^ q: El pino y la lechuga son árboles **(FALSO)**

</td></tr>
<tr><td>

Condicional

Se obtiene un resultado FALSO cuando la primera preposición es verdadera y la segunda es falsa.

p	*q*	*p → q*
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

</td><td>

1. Dadas las proposiciones, determinar p → q

p: Quito es una ciudad del Ecuador.
q: Quito es la capital del Ecuador.

p → q: Si Quito es una ciudad del Ecuador, entonces Quito es la capital del Ecuador. **(VERDADERO)**

2. Dada la siguiente proposición compuesta, determine las proposicionessimples que la forman.

"Si la vaca es un herbívoro, entonces come hierba."

p: La vaca es un herbívoro

q: La vaca come hierba.

1. Dadas las proposiciones, determinar p → q

p: 24 es divisible para 3.

q: 24 es divisible para 7.

p → q: Si 24 es divisible para 3, entonces es divisible para 7. (FALSO)

</td></tr>
<tr><td>

Bicondicional

"↔". Se obtiene un resultado VERDADERO si ambas proposiciones son verdaderas o ambas son falsas.

p	*q*	*p ↔ q*
V	V	V

</td><td>

1. Dadas las proposiciones, determinar p ↔ q

p: Los peces nadan

q: Los peces tienen branquias.

p ↔q: Los peces nadan, si y solo si tienen branquias. (VERDADERO)

</td></tr>
</table>

V	F	F
F	V	F
F	F	V

2. Dada la siguiente proposición compuesta, determine las proposiciones simples que la forman.

"Los triángulos tienen 3 lados, si *y* solo si los cuadrados tienen 5 lados"

p: Lostriángulos tienen 3 lados

q: Los cuadrados tienen 5 lados

3. Dadas las proposiciones, determinar p ↔ q

p: -17 es menor que -1

q: -1 es menor que -15

p ↔ q: -17 es menor que -1, si y solo si -1 es menor que -15. **(FALSO)**

Aplicación de Tablas de Verdad

Evaluar la siguiente fórmula: **(p ↔ q)** ∨ **(p ^ ~q)**

Como la fórmula lógica tiene 2 variables, p y q, el número de combinaciones posibles de los valores de verdad V y F, es 2^2=4 combinaciones:

Se resuelve el bicondicional en 1, según los valores de verdad de p y q.

Se resuelve la negación de q en 2.

Se resuelve la conjunción en 3, según las tablas de verdad entre p y 2.

Se resuelve la disyunción en **4** entre 1 y **3** según las tablas de verdad.

		1	2	3	4
p	**q**	**p ↔ q**	**~q**	**p ^ ~q**	**(p ↔ q) ∨ (p ^ ~q)**
V	**V**	**V**	**F**	**F**	**V**
V	**F**	**F**	**V**	**V**	**V**
F	**V**	**F**	**F**	**F**	**F**
F	**F**	**V**	**V**	**F**	**V**

Conjuntos

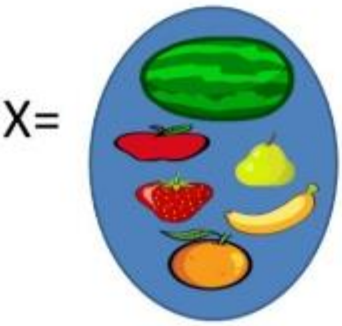
¿Qué es un conjunto?

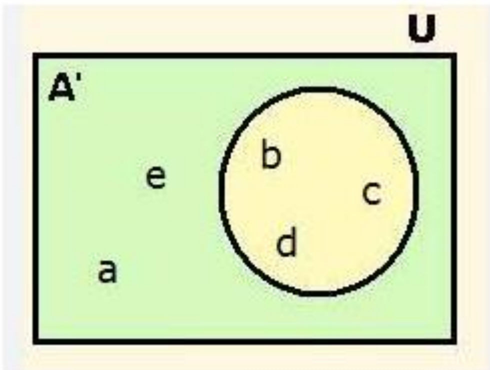
Se llama conjunto a toda agrupación, colección o reunión de individuos (cosas, animales, personas o números) bien definidos que cumplen una propiedad determinada. A los objetos del conjunto se denominan **“elementos”**

Los conjuntos se pueden nombrar utilizando letras del alfabeto. Por ejemplo, puedes nombrar un conjunto como A, B, C, etc. Esta es una forma simple y conveniente de nombrar conjuntos, especialmente cuando hay varios conjuntos involucrados.

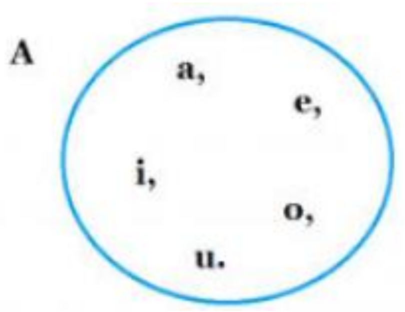
Los conjuntos también pueden recibir nombres descriptivos que reflejen su contenido o propósito. Por ejemplo, si tienes un conjunto que representa los días de la semana, podrías nombrarlo como "Días Semana". Si tienes un conjunto que representa los estudiantes de una clase, podrías nombrarlo como "Estudiantes Clase".

En algunos casos, los conjuntos pueden nombrarse utilizando símbolos matemáticos especiales. Por ejemplo, el conjunto de números naturales se denota como $\mathbb{N}$, el conjunto de números enteros se denota como $\mathbb{Z}$, y el conjunto de números reales se denota como $\mathbb{R}$. Estos símbolos matemáticos se utilizan ampliamente en matemáticas y otras disciplinas científicas.



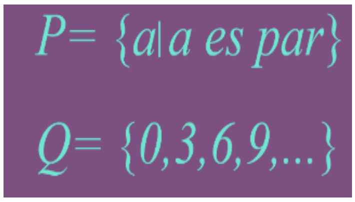
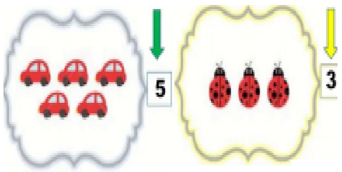
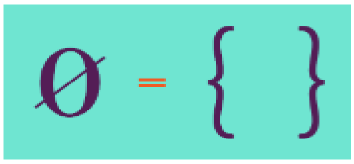
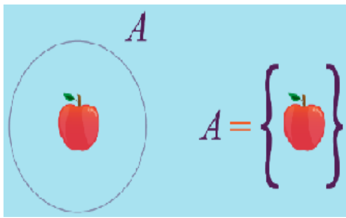


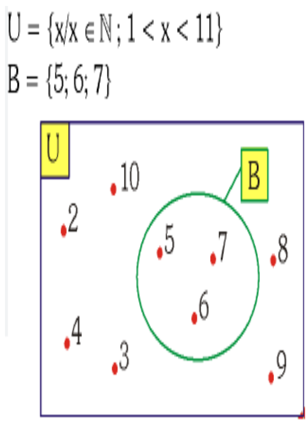
Formas de representar un conjunto

Por extensión: es una forma de definir un conjunto enumerando todos sus elementos de manera explícita. Es decir, se listan todos los elementos del conjunto de manera individual y se encierran entre llaves {}.	**EJEMPLOS:** ✔ El conjunto B formado por las vocales A= {a, e, i, o, u} ✔ El conjunto B formado por los días de la semana B= {lunes, martes, miércoles, jueves, viernes, sábado, domingo} ✔ El conjunto C formado por macas de carros C= {Mazda, Toyota, Kía, Chevrolet, Nissan}
Por comprensión: Cuando indicamos la ley de formación del conjunto escribiendo dentro de una llave una propiedad característica de los elementos del conjunto y solamente de ellos.	✔ A= {días de la semana} ✔ B= {vocales} ✔ C= {marcas de carros}
Por fórmula o simbólicamente: cuando utilizamos símbolos matemáticos para expresar los elementos del conjunto; x/x se lee x tal que x; $\wedge$ en lugar de y, $\vee$ en lugar de o.	✔ A= {x/x $\in$ días de la semana} ✔ B= {x/x $\in$ vocales} ✔ C= {x/x $\in$ marcas de carros}
Diagramas de Venn: Los conjuntos pueden ser representados gráficamente mediante diagramas de Venn.	

Clasificación de los conjuntos

Los conjuntos se clasifican según sus elementos, así:

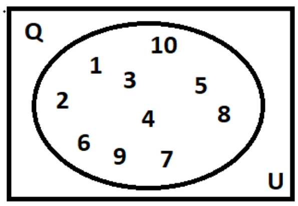
Infinitos: son aquellos que tienen un número indeterminado de elementos.	1. Conjunto de números naturales: Este conjunto incluye todos los números enteros no negativos: {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}. 2. Conjunto de números reales. Los números reales no tienen un límite superior ni inferior definido, lo que los hace un conjunto infinito.	
Finitos: son aquellos que tiene un número determinado de elementos.	1. Conjunto de días de la semana: {lunes, martes, miércoles, jueves, viernes, sábado, domingo}. 2. Conjunto de colores primarios: {rojo, amarillo, azul}.	
Vacío: es aquel que no tiene elementos.	1. Conjunto vacío de animales voladores sin plumas 2. Conjunto vacío de números enteros mayores que 10 y menores que 5.	
Unitario: son aquellos que tiene un solo elemento.	1. A = {5} es un conjunto unitario que tiene un solo número 5. No importa cuál sea el elemento, si un conjunto tiene exactamente un elemento, se considera conjunto unitario. 2. B = {Perro} es un conjunto unitario que contiene la palabra "perro", en este caso el conjunto unitario esta formado por un solo elemento, que es la palabra "perro".	
Universo: es aquel cuyo objetivo de estudio son sus subconjuntos.	1. Conjunto universo de estudiantes de una escuela: Supongamos que deseas analizar datos relacionados con los estudiantes de una escuela en particular. En este caso, el conjunto universo sería el conjunto de todos los estudiantes matriculados en esa escuela,	

	incluyendo estudiantes de todas las edades, grados y clases. 2. Conjunto universo de objetos en el universo observable: Si consideramos el universo observable, el conjunto universo podría ser el conjunto de todos los objetos que existen en el espacio y el tiempo, incluyendo planetas, estrellas, galaxias y otros cuerpos celestes.	

Ejemplos

1. Representar el conjunto Q cuyos elementos son los números enteros mayores o iguales a 1 y menores o iguales 10.

Las posibles representaciones del conjunto Q son:

Entre llaves	En diagrama de Venn
Q = {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}	

1. Clasificar los siguientes conjuntos en finito, infinito, vacío o unitario.

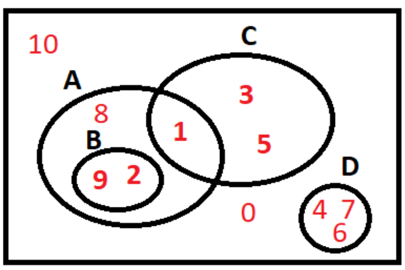
a. El conjunto de los números naturales.

El conjunto de los N es infinito porque tiene un número indeterminado de elementos.

b. B= { -3,-2,-1,0,1,2}

El conjunto B es finito porque tiene un número determinado de elementos, es decir 6.

2. Determina, por extensión, cada conjunto a partir del siguiente diagrama de Venn.



A= {1,2,9,8}

B = {2,9}

C= {1,3, 5}

D= {4,6,7}

U= {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}

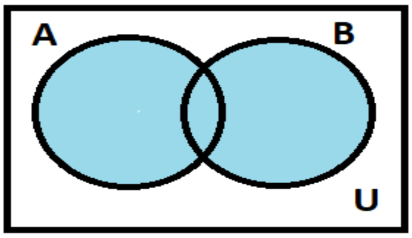
Operaciones entre conjuntos

Las operaciones entre conjuntos son: Unión, Intersección, Diferencia, Complemento y Diferencia Simétrica.

Unión

La **unión** de los conjuntos A y B es otro conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a A o que pertenecen a B.

Se denota por: $A \cup B = \{x / x \in A \vee x \in B\}$

Propiedades de la Unión	
$A \cup \emptyset = A$ $A \cup A = A$ $A \cup U = U$ $A \cup B = B \cup A$ $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	

Ejemplos

1. Determina por extensión, los siguientes conjuntos si A= { -3,-2,-1,0,1,2,3}, B= {1,2,3,4,5} y C= {3,4,5,6,7}

a. A ∪ B

A ∪ B= {-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5}

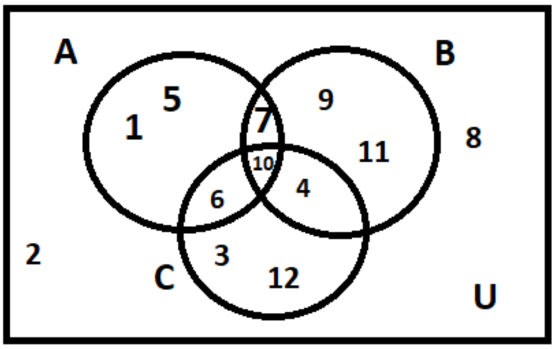
b. B ∪ C

B ∪ C= {1,2,3,4,5,6,7}

c. A ∪ C

A ∪ C= { -3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7}

2. Determina por extensión, cada conjunto a partir del siguiente diagrama de Venn.

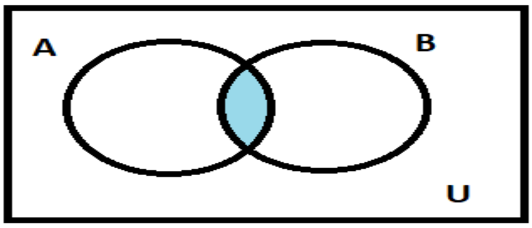
 	A = {1,5,6,7,10} B= {4,7,9,10,11} C= {3,46,10,12} U= {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12} 1. A ∪ B A ∪ B= {1,4,5,6,7,9,10,11} 2. B ∪ C B ∪ C= {3,4,6,7,9,10,11,12} 3. A ∪ C A ∪ C= {1,3,4,5,6,7,10,12}

Intersección

La **intersección** de los conjuntos A y B es otro conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a A y a B simultáneamente.

Se denota por: $A \cap B = \{x \,/\, x \in A \wedge x \in B\}$

Propiedades de la intersección



$A \cap A = A$

$A \cap B = B \cap A$

$A \cap \emptyset = \emptyset$

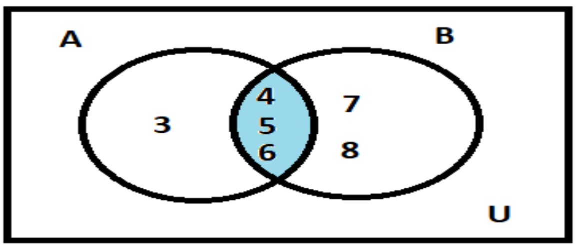
$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

Ejercicios

Determine la intersección del conjunto A= {3, 4, 5,6} con el conjunto B= {4, 5, 6, 7, 8}.

Comparamos los dos conjuntos, con lo que se establece que 4, 5 y 6 son los elementos comunes.

$A \cap B = \{4,5,6\}$



Determinar la intersección entre los siguientes conjuntos.

A= {x/x = 3n -1 ∧ n ∈ N} y B = { --2,-1,-0,1,2,3,4,5}

Primero se determina por extensión el conjunto A. Para esto se reemplazan algunos números naturales n en la expresión x=3n-1, de donde se obtiene:

x=3(1)-1=2 x=3(2)-1=5 x=3(3)-1=8 x=3(4)-1 =11 x=3(5)-1 =14	A= {2,5,8,11, 14, …} B = { --2,-1,-0,1,2,3,4,5}	Luego comparamos los dos conjuntos, con lo que se establece que 2 y 5 son los elementos comunes. Finalmente, se tiene que: A ∩ B= {2,5}

Diferencia

La **diferencia** de los conjuntos A y B es otro conjunto formado por los elementos que pertenecen a A, pero no pertenecen a B.

Se denota por: A – B = {x / x ∈ A ∧ x ∉ B}

Propiedades de la Diferencia de conjuntos

A - ∅ = A

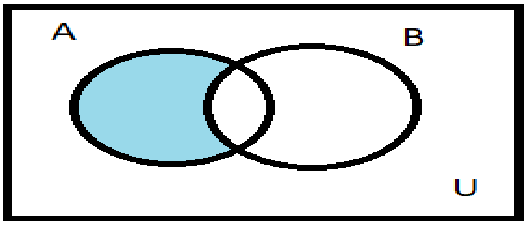
A – A= ∅

A-B = ∅ si solo si A ⊆ B.

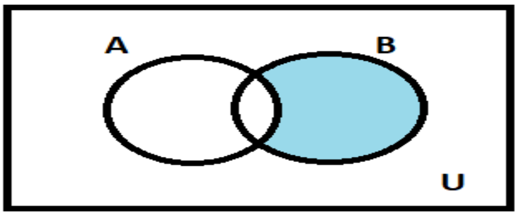
A -B= A si solo si A ∩ B = ∅

A-B ≠B-A

A - B



B - A

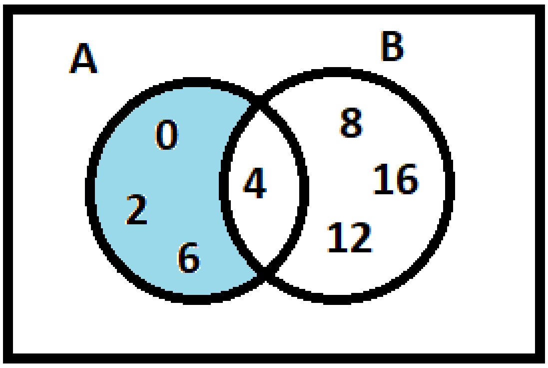


Ejercicios

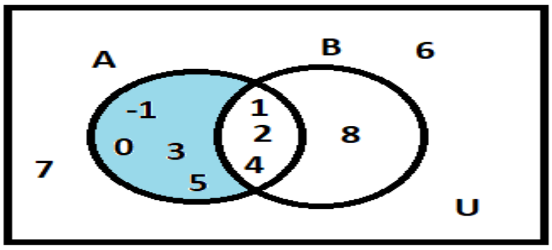
Determine la diferencia entre los conjuntos A= {0, 2, 4, 6} y B= {4, 8, 12, 16}

El conjunto A- B es el conjunto de elementos que pertenecen a A y que no pertenecen a B.

A- B= {0,2,6}.



Determinar por extensión, el conjunto A - B y representarlo en un diagrama de Venn teniendo en cuenta que A= { -1,0,1,2,3,4,5}, B= {1,2,4,8} y el conjunto Universal es U= {-1,0,1,2,3,4,5,6,7,8}.

El conjunto A- B es el conjunto de elementos que pertenecen a A y que no pertenecen a B. A-B = {-1,0,3,5}	

Diferencia Simétrica

La **diferencia** simétrica entre un conjunto A y un conjunto B pertenecen todos los elementos que pertenecen a A ∪ B, y que no pertenecen a A ∩ B.

Se denota como A ∆ B. Simbólicamente lo expresamos:

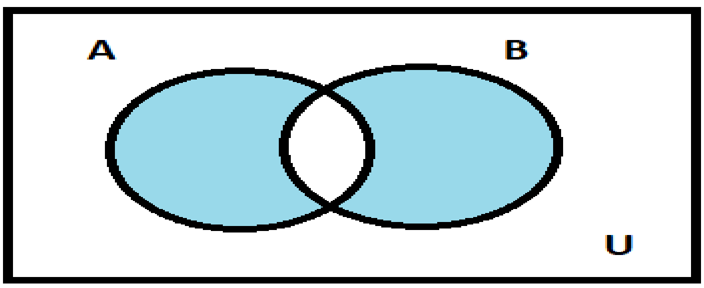
$$A \,\Delta\, B = \{x \,/\, x \in A \cup B \wedge x \notin A \cap B\}$$

Propiedades de Diferencia Simétrica.

$A \,\Delta\, B = B \,\Delta\, A$

$A \,\Delta\, B = (A \cup B) - (A \cap B)$

$A \,\Delta\, B = (A-B) \cup (B-A)$



Ejercicios

Dados los conjuntos A= {1,2,3,4,5} y B = {4,5,6,7,8} Determinar el conjunto A ∆ B y representar en un Diagrama de Venn.

<table>
<tr>
<td>

Primero: Determinamos A ∪ B y A ∩ B

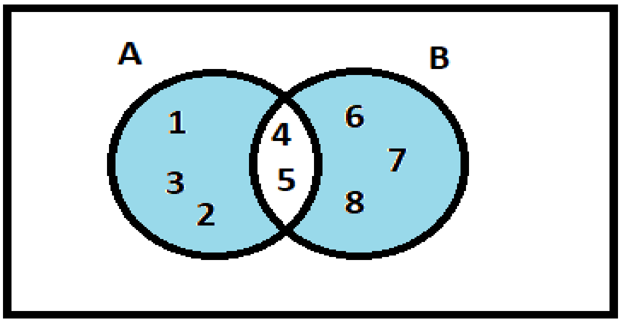
A ∪ B= {1,2,3,4,5,6,7,8}

A ∩ B= {4,5}

Finalmente, se determina los elementos que pertenece a la unión y que no pertenece a la intersección.

A ∆ B = {1,2,3,6,7,8}

</td>
<td>



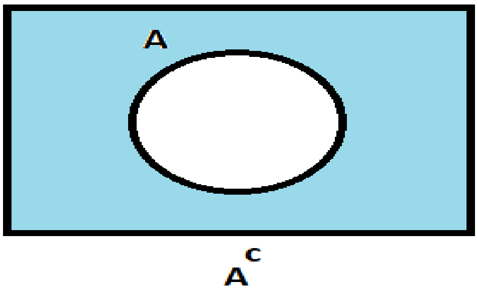
</td>
</tr>
</table>

Complemento

El complemento de un conjunto A con respecto a un conjunto universal U es el conjunto formado por los elementos de U que no pertenecen a A:

$$A^c = \{x / x \in U \wedge x \notin A\}$$

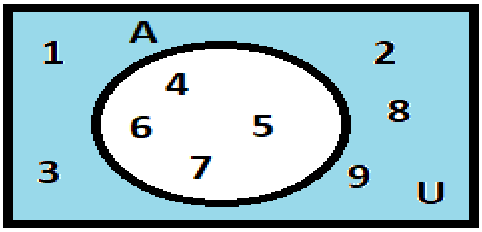
Representación del complemento de A en un Diagrama de Venn:



Ejercicios

Si U= {1,2,3,4,5,6,7,8,9} y A= {4,5,6,7}, determinar el complemento de A

$A^c = \{1,2,3,8,9\}$



Estadística

Estadística

La estadística es una ciencia tan antigua como la escritura

¿ Qué es la Estadística?

Es una rama de la matemática que estudia y aplica métodos de recoger, organizar, analizar e interpretar información o datos con el propósito de extraer conclusiones

Ciencias que utilizan la Estadística

- Medicina
- Economía
- Ingeniería
- Política
- Meteorología

La Estadística se clasifica en:

2 tipos

Estadística descriptiva

se encarga de la recolección, procesamiento, análisis y presentación de un conjunto de datos.

Estadística Inferencial

estudia el comportamiento de una de las variables enfocada en hacer conclusiones y generalizaciones sobre una poblacion a partir de los datos

Conceptos Básicos de la Estadística

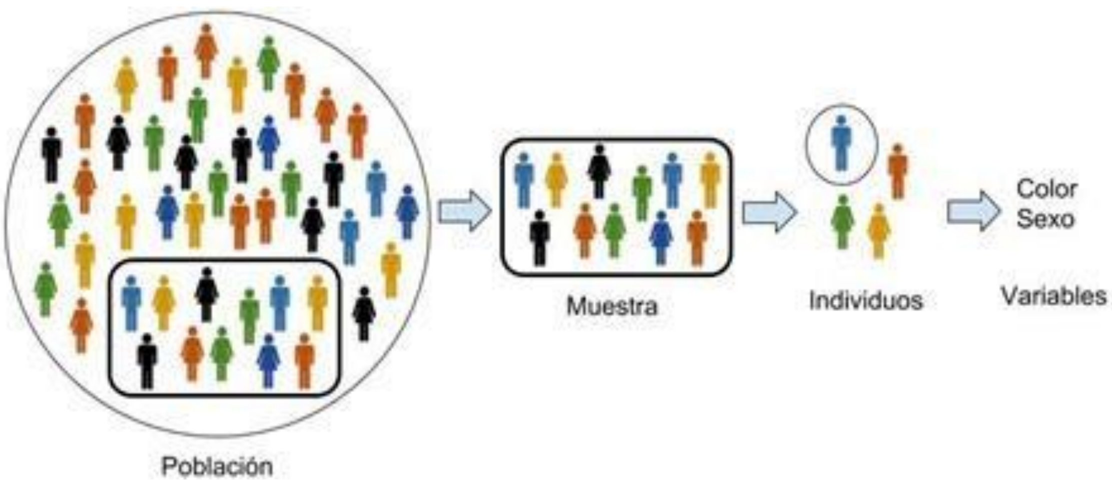
POBLACIÓN → es el conjunto completo de todos los individuos, las cosas o los eventos sobre los que se quiere investigar con respecto a una particularidad dada

MUESTRA → es un subconjunto o una parte de los miembros seleccionados de una población

INDIVIDUO → Cada uno de los elementos de la población es un individuo.

DATO → valor o respuesta que toma la variable estadística como por ejemplo: sexo o número de hijos

CENSO → es el conjunto de datos de todos los miembros de la población



Variables Estadísticas

Ejemplos de:	
Variable Cuantitativa	Variable Cualitativa
• Peso • Temperatura • Velocidad • Edad • Talla • Número de hijos • Frecuencia cardiaca • Presión arterial • Número de estudiantes por curso	• Color de ojos, piel, cabello • Grado de escolaridad • Clase social a la que pertenece • Estado civil • Nacionalidad • Lugar de nacimiento • Nombre • Sexo • Marca de automóvil

Herramientas de recolección de Datos

La recolección de datos es el proceso mediante el cual, los investigadores capturan la información que requieren, siendo su fin llevar a cabo un estudio estadístico.

Los métodos más utilizados para la recolección de datos son: la encuesta y la entrevista.

Ejemplos:

Determinar la población y muestra de los siguientes estudios de casos.

a) Cuántas personas con discapacidad física hay en el Ecuador.

Población: Personas con discapacidad en el Ecuador.

Muestra: Personas con discapacidad física en el Ecuador.

b) Estudiantes mujeres de 9no del Colegio Juan Montalvo.

Población: estudiantes del colegio Juan Montalvo

Muestra: estudiantes mujeres de 9 EGB en el colegio Juan Montalvo.

Determinar la población y la variable estadística de los siguientes estudios estadísticos.

a) Número de estudiantes varones que tiene el Colegio Juan Montalvo

Población: Estudiantes Colegio Juan Montalvo

Variable estadística: número de estudiantes varones

b) Sexo de profesores del colegio Juan Montalvo.

Población: profesores del colegio Juan Montalvo.

Variable estadística: sexo (femenino – masculino)

Seleccione la respuesta correcta

En base a la siguiente tabla escoja una variable cualitativa y cuantitativa.

Nombres y Apellido	Estatura	Profesión	Número de casas
Carlos Martínez	1,90	Arquitecto	1
Patricio Solís	1,50	Odontólogo	0
Lucy Aguilar	1,65	Médico	3
Andrea Solorzano	1,85	Docente	2

Variable cuantitativa: Profesión **/ Variable cualitativa:** Número de casas

a. **Variable cualitativa:** Número de casas/ **Variable cuantitativa:** Nombres y Apellidos

b. **Variable cualitativa:** Profesión/ **Variable cuantitativa:** Número de casas

c. **Variable cualitativa:** Estatura/ **Variable cuantitativa:** Número de casas

Opción correcta: **C**

Tabla de Frecuencias

Una vez recogido los datos de un estudio estadístico se disponen en tablas en filas y columnas, las cuales permiten clasificar y organizar la información recogida.

Es una herramienta que permite la realización de los gráficos o diagramas estadísticos de una forma más fácil.

Organización de Datos

Para poder estudiar los datos con facilidad, es conveniente ordenarlos y agruparlos.

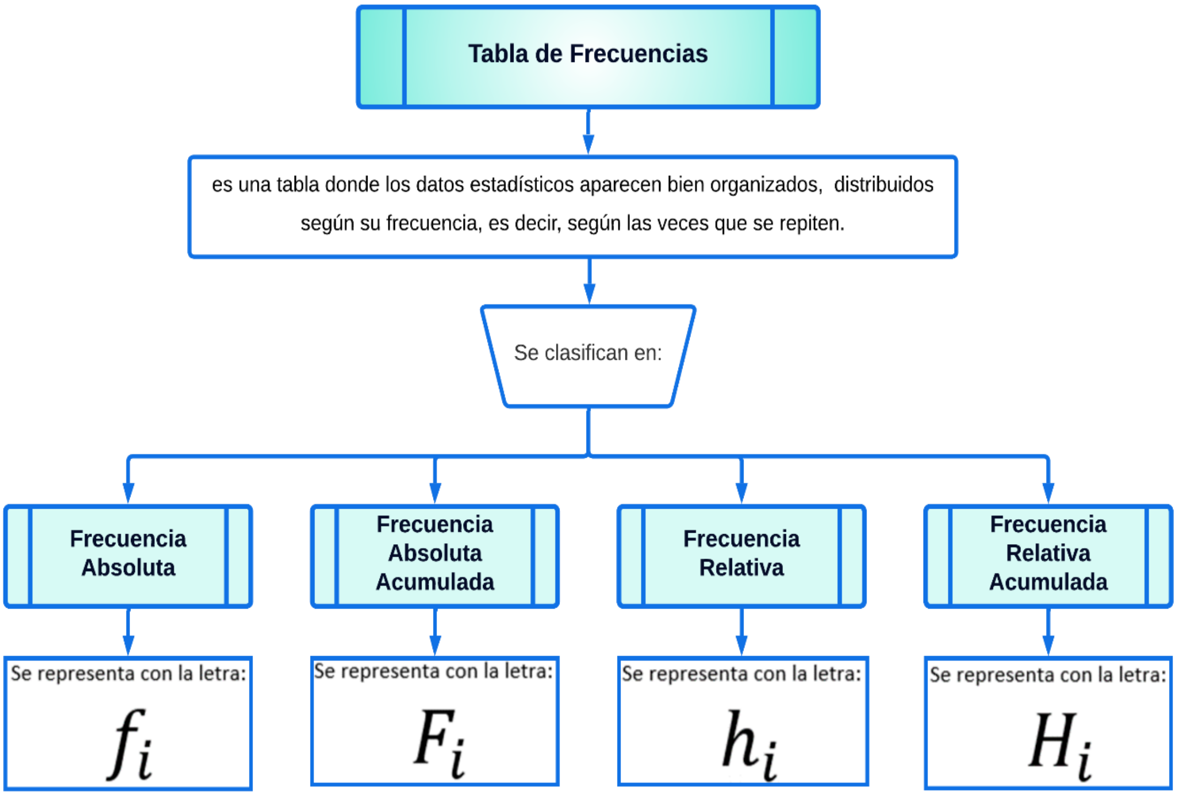
Ejemplo: En una encuesta realizada a 10 estudiantes del Colegio Juan Montalvo se obtuvieron los siguientes datos:

33,34,32,45,35,37,42,46,32,38

Escribimos los datos de menor a mayor sin repetirse:

Edad
33
34
37
42
45
Total:

Tipos de Frecuencia



Conceptos y símbolos que lo representan

1. Frecuencia Absoluta

Indica el número de veces que aparece o se repite un dato en el estudio estadístico.

Ejemplo:

En una encuesta realizada a **10** colaboradores del Ministerio de Educación se obtuvieron los siguientes datos:

33, 36, 33, 47, 36, 39, 44, 47, 33, 39

Edad	Recuento	Frecuencia Absoluta
33	| | |	3
36	| |	2
39	| |	2
44	|	1
47	| |	2
Total:		**10**

Total: es la suma de las frecuencias absolutas.

2. Frecuencia Absoluta Acumulada

Es la sumatoria de las frecuencias absolutas de todos los datos inferiores o iguales al valor considerado.

Ejemplo:

En una encuesta realizada a **10** estudiantes del Colegio Juan Montalvo se obtuvieron los siguientes datos:

32,35,32,46,35,38,43,46,32,38

Edad	Recuento	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada
32	| | |	**3**	**3**
35	| |	2	5
38	| |	2	7
43	|	1	8
46	| |	2	**10**
Total:		**10**	

3. Frecuencia Relativa

Es el cociente entre la frecuencia absoluta y el número total de datos. Para ello debe aplicar la siguiente fórmula:

$$\textit{Frecuencia Relativa} = \frac{\textit{Frecuencia Absoluta}}{\textit{Total}}$$

Ejemplo:

En una encuesta realizada a **10** colaboradores de la Universidad Estatal de Bolívar se obtuvieron los siguientes datos:

32,35,32,46,35,38,43,46,32,38

Edad	Recuento	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa
32	| | |	**3**	3	$\frac{3}{10} = 0{,}3$
35	| |	**2**	5	$\frac{2}{10} = 0{,}2$
38	| |	**2**	7	$\frac{2}{10} = 0{,}2$
43	|	**1**	8	$\frac{1}{10} = 0{,}1$
46	| |	**2**	**10**	$\frac{2}{10} = 0{,}2$
Total:		**10**		**1**

4. Frecuencia Relativa Acumulada

Es la sumatoria de las frecuencias absolutas de todos los datos inferiores o iguales al valor considerado.

Ejemplo:

En una encuesta realizada a **10** colaboradores del Ministerio de Salud se obtuvieron los siguientes datos:

32, 35, 32, 46, 35, 38, 43, 46, 32, 38

Edad	Recuento	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Acumulada
32	| | |	3	3	**0,3**	**0,3**
35	| |	2	5	0,2	0,5
38	| |	2	7	0,2	0,7
43	|	1	8	0,1	0,8
46	| |	2	**10**	0,2	**1**
Total:		**10**		**1**	

Ejemplo:

Organizar los siguientes datos en una tabla de frecuencias y hallar:

- **Frecuencia absoluta**
- **Frecuencia absoluta acumulada**
- **Frecuencia relativa**
- **Frecuencia relativa acumulada**

5, 8, 4, 3, 2, 6, 2, 5, 2, 4, 3, 6, 7, 5, 4, 4, 6, 3, 8, 3

Edad	Recuento	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Acumulada
2	| | |	3	3	$\frac{3}{20} = 0{,}15$	0,15
3	| | | |	4	7	$\frac{4}{20} = 0{,}2$	0,35
4	| | | |	4	11	$\frac{2}{20} = 0{,}2$	0,55
5	| | |	3	14	$\frac{3}{20} = 0{,}15$	0,70
6	| | |	3	17	$\frac{3}{20} = 0{,}15$	0,85
7	|	1	18	$\frac{1}{20} = 0{,}05$	0,90
8	| |	2	**20**	$\frac{2}{20} = 0{,}1$	**1**
Total		**20**		**1**	

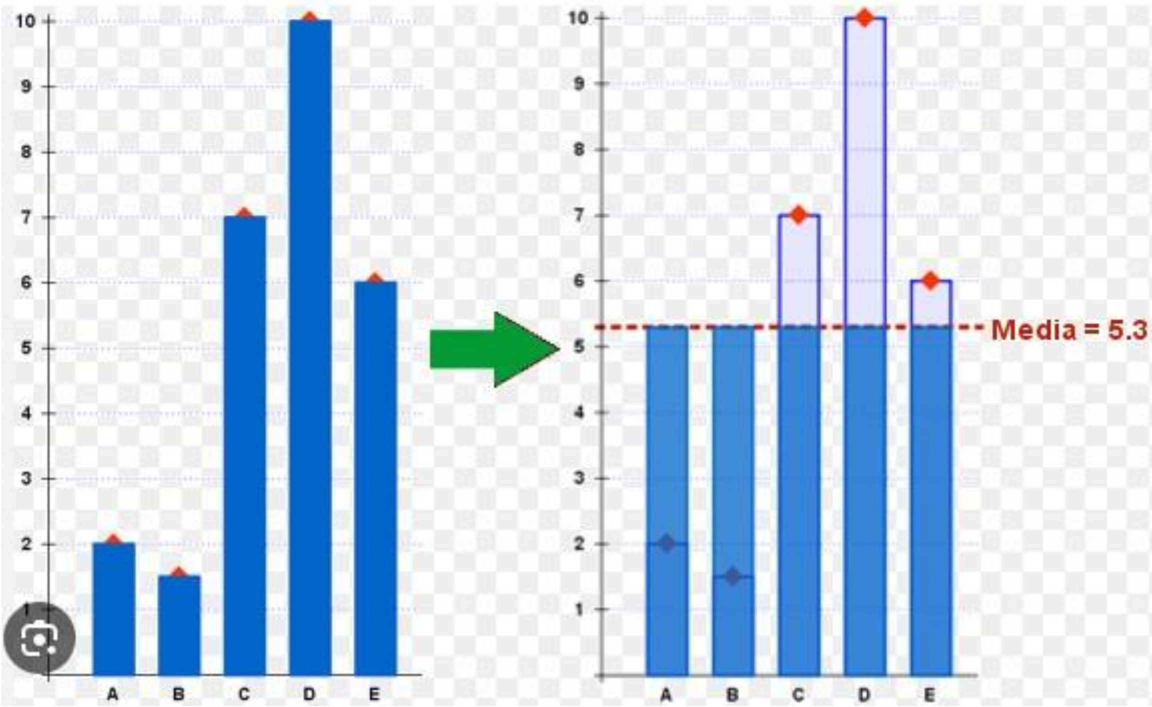
Medidas de Tendencia Central para datos no agrupados

La Media Aritmética

Conocida como promedio es una de las medidas más utilizadas para la caracterización de una variable. Se ubica en el centro de las observaciones. La media de un conjunto de datos se obtiene a través de la expresión:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \cdots + x_n}{N}$$

Gráficamente la media se ubica en el centro de las observaciones:

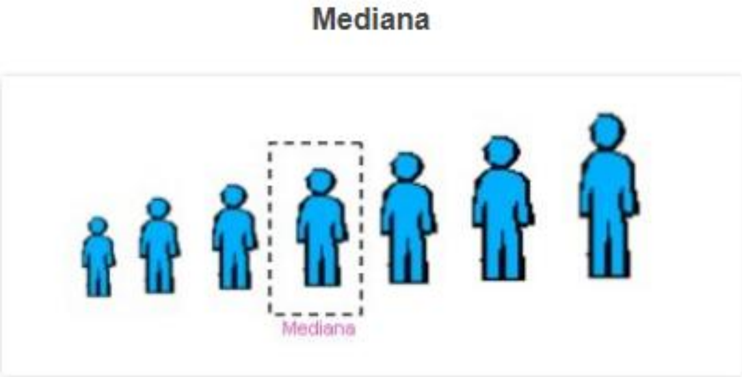


La Mediana

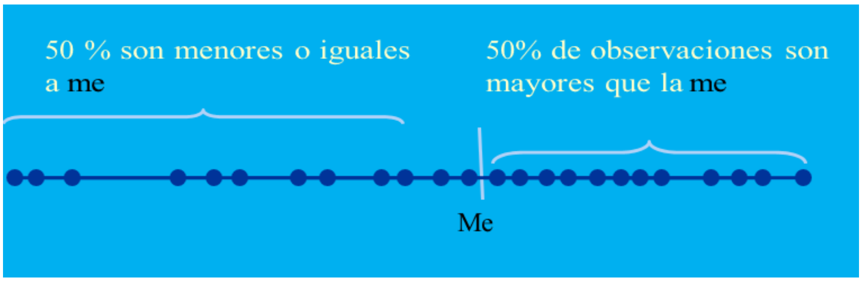
Es el valor que divide al conjunto de observaciones en dos partes porcentualmente iguales, se representa por (Me). Al igual que la media la mediana no necesariamente es parte del conjunto de datos. Para calcular la mediana primero se ordena los datos de menor a mayor y se toma el valor central, bajo las siguientes consideraciones:

- Si el número de datos es impar se toma exactamente el valor central.
- Si el número de datos es par se toma el promedio de los dos valores centrales.

Gráficamente la mediana es el valor que ocupa la posición central:



También se entiende que la mediana es el punto que separa en el 50 % de datos al lado izquierdo de la mediana y el 50 % de datos al lado derecho de la mediana, como ilustra el siguiente gráfico:



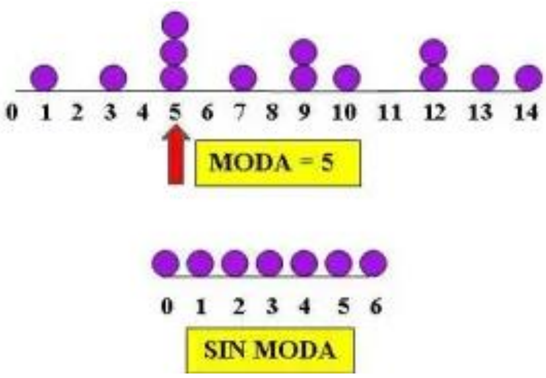
La Moda (Mo)

La moda de un conjunto de datos no agrupados es el dato que más se repite o de mayor frecuencia, se representa como (Mo). Bajo los siguientes requerimientos:

- Cuando en un conjunto de datos ordenados hay dos datos con la misma frecuencia, la moda son esos dos datos y se dice que el conjunto de datos es bimodal.

- En el caso de que exista varios datos con igual frecuencia que se repita se dice que el conjunto de datos es polimodal.

- Si no hay datos que se repita se dice que no hay moda en ese conjunto de datos. Gráficamente la moda es el valor que más se repite de un conjunto de datos:



Ejemplo:

Determinar las medidas de tendencia central (media, mediana y moda) del siguiente ejercicio:

El profesor de deportes registró el tiempo que sus estudiantes se demoraban haciendo los ejercicios relacionados con unas pruebas físicas específicas. A continuación, se presenta el registro de datos obtenidos en la tabla adjunta:

Tiempo de pruebas físicas (minutos)

18	25	23	31	30	28
19	21	23	32	25	23
21	18	22	27	30	28
24	20	27	19	31	26

Para determinar las medidas de tendencia central primero se ordena los datos registrados de menor a mayor de la siguiente manera:

18	18	19	19	20	21	21	22	23	23	23	24
25	25	26	27	27	28	28	30	30	31	31	32

Para la media aritmética se suma todos los valores y se divide para el número total de datos:

$$\bar{x} = \frac{18+18+19+19+20+21+21+22+23+23+23+24+25+25+26+27+27+28+28+30+30+31+31+32}{24}$$

$= \frac{591}{24}$ = 24,625 minutos

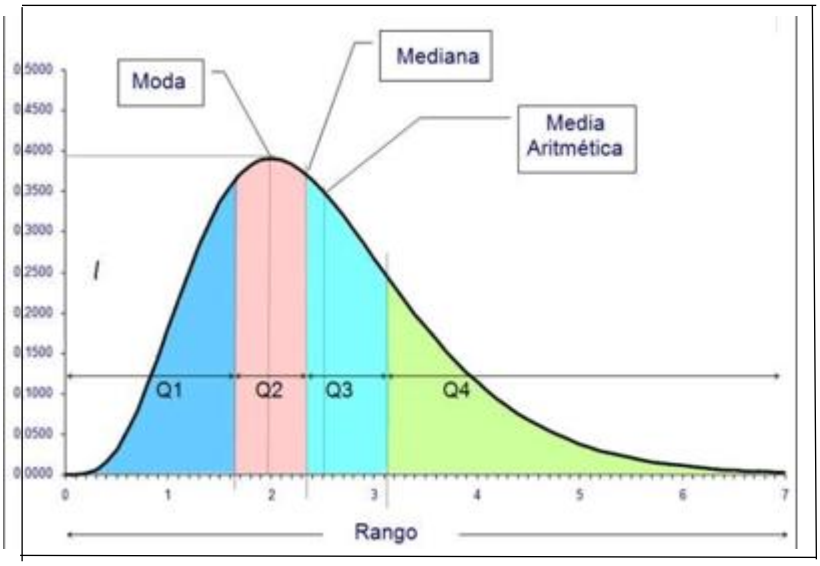
Para la mediana como los datos están ordenados de forma ascendente y el número de datos es par se toma la media aritmética de los dos valores centrales, en este caso los números 24 y 25 Me = $\frac{24+25}{2}$ = 24,5 minutos

Para la moda se puede observar que hay un valor que se repite tres veces:

Mo = 23 minutos

18	18	19	19	20	21	21	22	23	23	23	24
25	25	26	27	27	28	28	30	30	31	31	32

Las medidas de tendencia central gráficamente se muestran a continuación:



En la gráfica se observa:

- ✓ Media: Se ubica aproximadamente en la parte central del conjunto de datos.
- ✓ Mediana: Es la que divide en un 50 % de datos a la izquierda y 50 % de datos a la derecha de dicho valor.
- ✓ Moda: Es el valor que más se repite o más alta frecuencia tiene en el conjunto de datos.

Gráficos Estadísticos

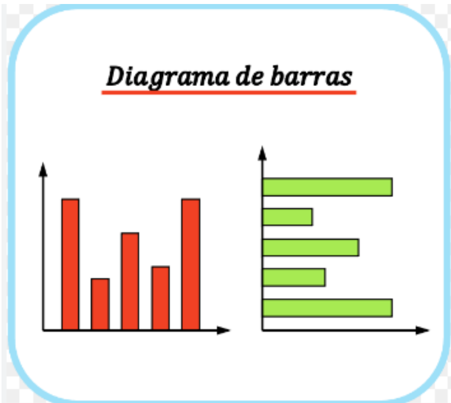
Son las formas que se representan los datos que se encuentran en tablas estadísticas y con ello realizar el informe (interpretación) con mayor facilidad mediante gráficos estadísticos.

Gráficas estadísticas para datos no agrupados

Diagrama de Barras

Se utiliza para presentar datos cualitativos o datos cuantitativos de tipo discreto.

En el eje horizontal se ubican las variables y en el eje vertical, las frecuencias.



EJEMPLO:

De un estudio de investigación realizada en forma aleatoria de 80 personas de 12 a 20 años se registraron los programas de televisión más vistos.

PROGRAMAS	Frecuencia Absoluta (fi) (número de	**Frecuencia relativa (hi)**
Noticieros	17	21%
Series	15	19%
Novelas	18	23%
Dibujos	16	20%
Culturales	14	18%
TOTAL:	**80**	100%

La información recogida en la tabla se representarse con una gráfica de barras rectangulares, cada columna se levanta hasta la frecuencia absoluta que le corresponde.

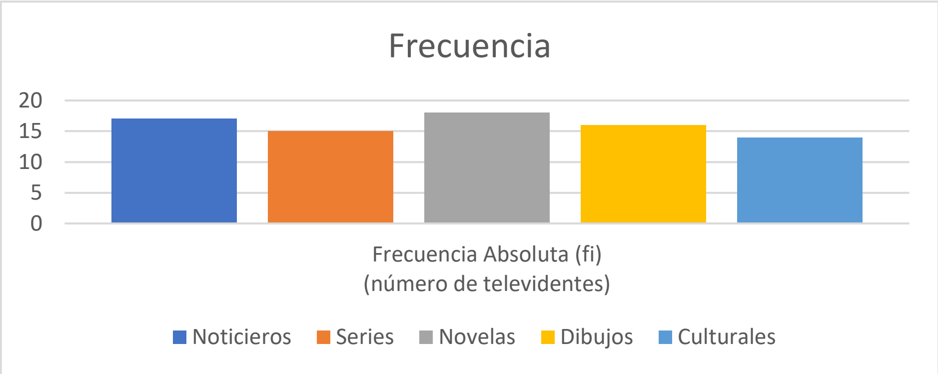


Diagrama Circular

El gráfico o diagrama de sectores o circular permite representar porcentualmente las frecuencias de variables cualitativas o cuantitativas.

Ejemplo:

El gráfico de sectores representa los programas de televisión más vistos.

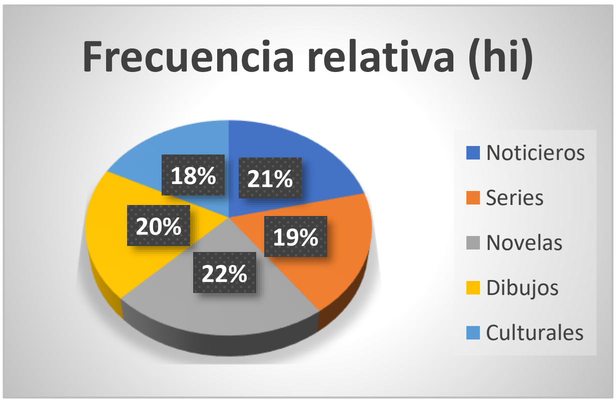


Diagrama de Líneas

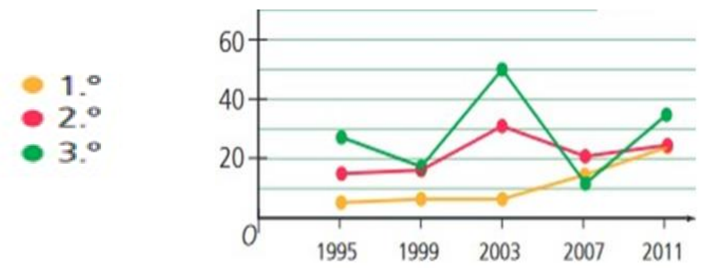
Muestran un conjunto de puntos conectados mediante una sola línea. Se usan principalmente para mostrar las variaciones de una o más variables estadísticas con respecto al cambio de otra variable, comúnmente el tiempo.

EJEMPLO:

El número de estudiantes matriculados en los primeros grados de un colegio desde 1995 hasta 2011 se muestran en la siguiente Tabla.

	1.°	2.°	3.°
1995	5	15	28
1999	7	17	18
2003	7	31	50
2007	14	21	13
2011	24	25	35

El diagrama de líneas correspondiente a dicha Tabla es:



Pictograma

Un pictograma es la representación de datos usando imágenes o símbolos. Lo más relevante en un pictograma es la clave o leyenda, misma que indica qué representa el símbolo.

¿Cómo se realiza un pictograma?

Para esto, se presenta la siguiente tabla de ejemplo en la cual se encuentra la cantidad de horas utilizadas en cada una de las actividades en un día de supervisor de operaciones en una fábrica de vehículos.

Actividad realizada	Tiempo empleado (horas)
Trabajo operativo	8
Planificación de tareas de planta	3
Dormir	6
Compartir con familia	4
Estudios	2

Luego se selecciona un símbolo representativo, en este caso un reloj de arena. A continuación, se analiza los datos y se da el valor al símbolo, este será colocado como leyenda. Finalmente, se crea el pictograma.

Para el ejemplo se considera que un reloj de arena representa dos horas de la actividad del estudiante.

Actividad realizada	Tiempo empleado (horas)
Trabajo Operativo	
Planificación tareas en planta	
Dormir	
Compartir con la familia	
Estudiar	
 Un reloj representa 2 horas	

Gráficas estadísticas para datos agrupados

Para hacer la representación gráfica de datos agrupados en clases, se utilizan los histogramas y los polígonos de frecuencias.

Los histogramas se utilizan cuando la variable cuantitativa es continua.

Para construir un histograma se siguen estos pasos.

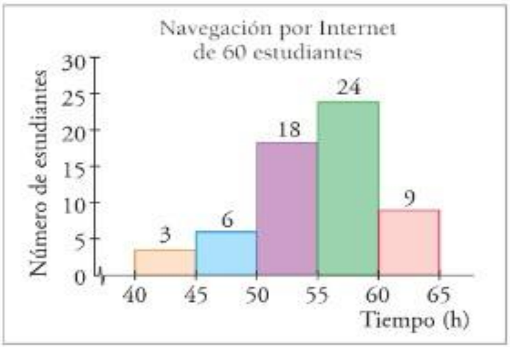
1. Los valores de la variable cuantitativa se agrupan en intervalos
2. Se dibujan los extremos de las clases sobre el eje de abscisas.

3. Se construyen rectángulos juntos como intervalos exista en la tabla, cuyas bases son la amplitud del intervalo. Si son todas iguales, las alturas son proporcionales a las frecuencias absolutas.

Ejemplo

Construir un histograma con los datos de la tabla adjunta referidos a las horas que navegan mensualmente por internet 60 estudiantes. ¿Cuántos estudiantes navegan 50 horas o más?

Horas de navegación	f_i
[40 - 45[	3
[45 - 50[	6
[50 - 55[	18
[55 - 60[	24
[60 - 65]	9
Total	$n = 60$



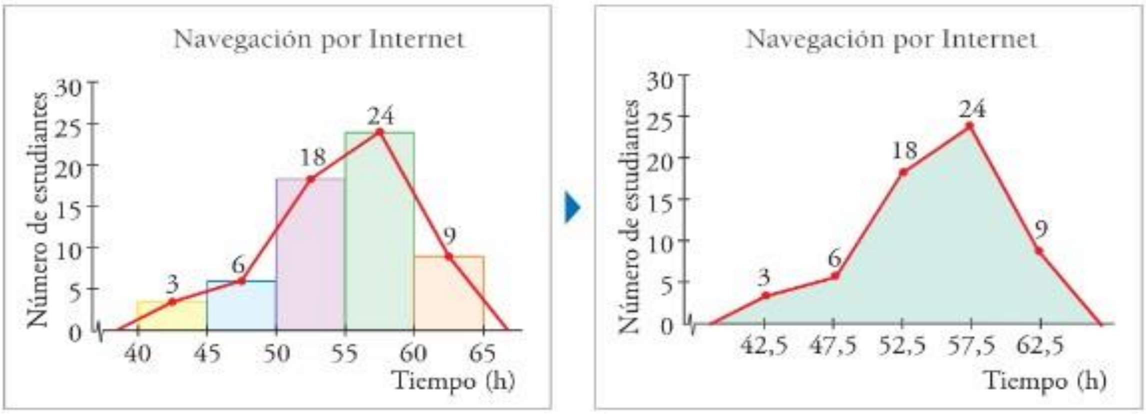
Del gráfico de histograma de frecuencias se obtiene que el número de estudiantes que navegan por internet 50 horas o más son = 18 + 24 + 9 = 51 estudiantes.

Polígono de frecuencias

Un polígono de frecuencias: se forma uniendo los puntos medios de las barras de un histograma en su parte superior mediante segmentos, se obtiene una línea poligonal llamada polígono de frecuencias. Sobre el eje horizontal se colocan las marcas de clase o puntos medios.

Ejemplo:

Representar, en un polígono de frecuencias, el histograma del ejemplo anterior y responder. ¿Cuántos estudiantes navegan por internet de 55 a menos de 60 horas?



Del polígono de frecuencias se observa que 24 estudiantes navegan por internet de 55 a menos de 60 horas.

Bibliografía

- Matemáticas profe Alex. (2017). Operaciones combinadas con números enteros | Suma, resta, multiplicación, división y paréntesis. https://www.youtube.com/watch?v=UbqjPCAjUfg&t=45s

- Mc Graw Hill (2015) Introducción a la estadística segunda edición. https://revistachilenadeanestesia.cl/medidas-de-posicion-central-y-de-dispersion/

- Medium. (23 de noviembre de 2017). Teoría de conjuntos. https://medium.com/@matematicasdiscretaslibro/cap%C3%ADtulo-7-teoria-de-conjuntos-5ef84ea70025

- MINEDUC, (2019-2020). Matemática Básica Superior. Quito. Offset Abad.

- Ministerio de Educación. (2019) Campaña de Alfabetización, Educación Básica y Bachillerato Monseñor Leonidas Proaño. Todos ABC. https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2019/01/MATEMATICA-BASICA-SUPERIOR.pdf

- Ministerio de Educación. (2010) Libro de Matemática 8 EGB. Ministerio de Educación. Pdf. https://librosministerio.com/matematicas-8-primaria/

- Ministerio de Educación. (2019) Campaña de Alfabetización, Educación Básica y Bachillerato Monseñor Leonidas Proaño. Todos ABC. https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2019/01/MATEMATICA-BASICA-SUPERIOR.pdf

- Quiñones, G. (2016). Potenciación de números enteros - definición y ejercicios. QuidiMat Matematica Guillermo. https://www.youtube.com/watch?v=oDtQ8K3r1Cs

- Rodó,P. (2020). Números racionales. Economipedia. Obtenido de: https://economipedia.com/definiciones/numeros-racionales.html

- Santillana, (2010). Matemática Alto Rendimiento. Octavo, Quito, Ecuador

- Zita, Ana. (29 de diciembre de 2020). Números Enteros. https://www.todamateria.com/numeros-enteros/