UNIDAD EDUCATIVA JUAN MONTALVO

EDUCANDO CON VERDAD, CIENCIA Y LIBERTAD

Modalidad a Distancia, Tipo Educación Virtual

Matemática

Guía de Estudios para Examen de Ubicación

10mo Grado de Educación General Básica Superior

Índice de contenidos:

Función Lineal

Es una función polinómica de primer grado que se la representa como una recta en el plano cartesiano. Es de la forma: $\boldsymbol{f(x) = mx + b}$ **donde:** $\boldsymbol{m}$ y $\boldsymbol{b}$ son constantes reales y $\boldsymbol{x}$ es un variable real.

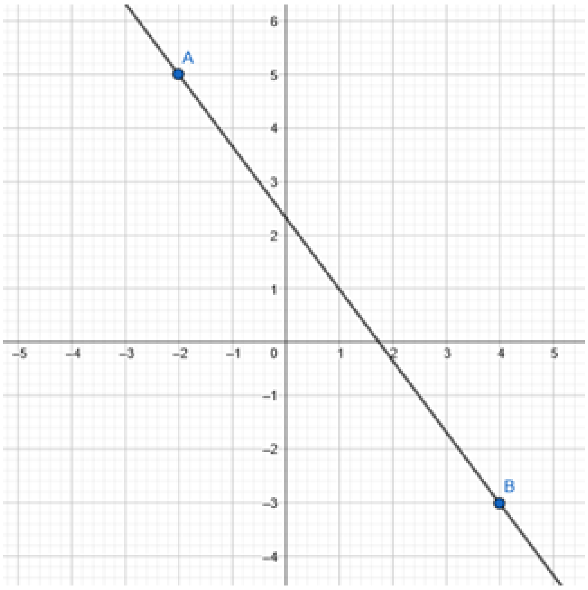
Hallar la pendiente de la recta que pasa por los puntos A (-2, 5) y B (4, -3)

Solución: Aplicamos la fórmula de pendiente. entonces $x_1 = -2$; $y_1 = 5$ $entonces$ $x_2 = 4$; $y_2 = -3$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{-3-5}{4-(-2)} \qquad m = \frac{-8}{4+2}$$

$$m = \frac{-8}{6} \qquad m = -\frac{4}{3}$$

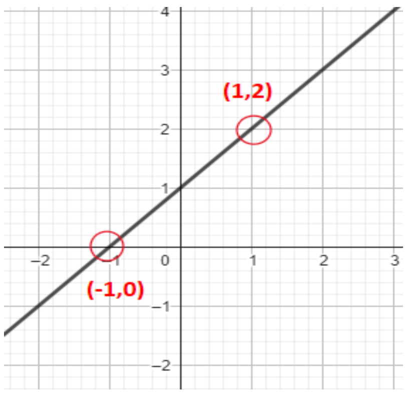


Dada la siguiente función graficar $\boldsymbol{f(x) = x + 1}$

1. Para graficar una funcion afin (no pasa por el origen) solo se necesita dos puntos mediante una tabla ver el ejemplo.

x	y = x + 1	(x, y)
-1	y = -1 + 1 = 0	(-1, 0)
1	y = 1 + 1 = 2	(1, 2)

2. Se grafica en el plano cartesiano los puntos encontarados mediante la tabla se une los puntos.



Dada la siguiente función: $y = -2x + 3$

Determine a) ¿cuál es la inclinación de la recta? b) ¿dónde se corta con el eje de las “y”? c) ¿monotonía y por qué?

Solución: **m** y **b** son constantes reales. En donde m es la pendiente (inclinación) de la recta y b es la ordenada al origen; es decir donde se corta la recta con el eje y.

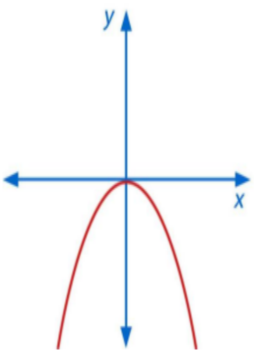
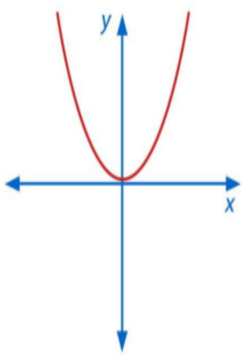
$$y = -2x + 3$$
$$f(x) = m\,x + b$$

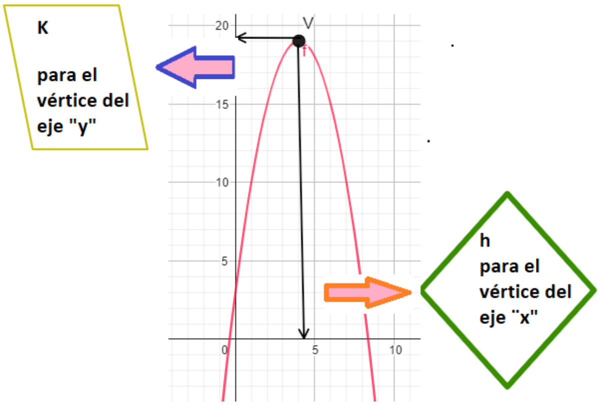
a) ¿cuál es la inclinación de la recta?	**m = -2**
b) ¿dónde se corta con el eje de las “y”?	**b = 3**
c) ¿monotonía y por qué?	decreciente, porque la pendiente es negativa m=-2

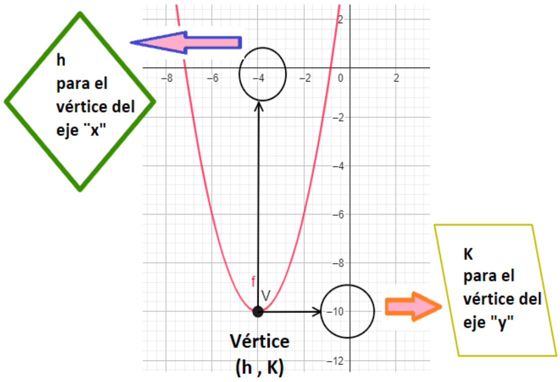
Función Cuadrática

Una función cuadrática es una función de variable real cuya expresión algebraica es $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde a, b y c son números reales y $a \neq 0$

El dominio de una función cuadrática es el conjunto de los números R y el recorrido se determina a partir de su ecuación o su representación gráfica.

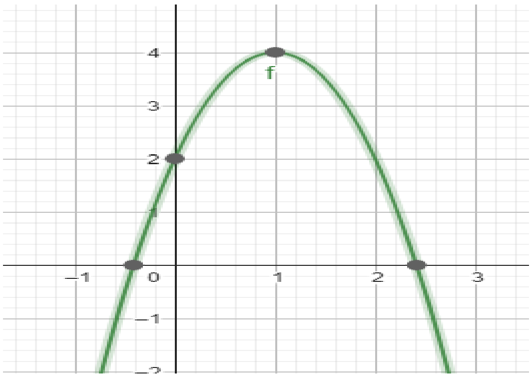
MÁXIMO		**MÍNIMO**	
a<0 (el valor de a es negativo), por lo tanto, se abre hacia abajo.		a>0 (el valor de a es positivo), por lo tanto, se abre hacia arriba.	

<table>
<tr>
<td>


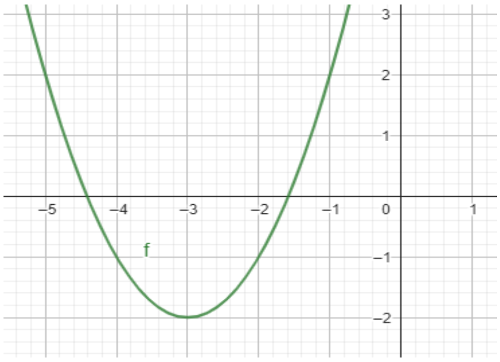
</td>
<td>


</td>
</tr>
<tr>
<td>
Para el cálculo del Dominio se tiene:

$$\boldsymbol{Dom\ f(x) = \mathbb{R}}$$

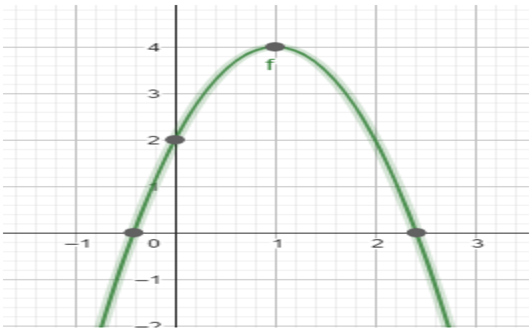

</td>
<td>
Para el cálculo del Dominio se tiene:

$$\boldsymbol{Dom\ f(x) = \mathbb{R}}$$


</td>
</tr>
<tr>
<td>
Para el cálculo del Rango o del Recorrido

Si a<0 $\mathbf{Ran\ \ f(x)} =]-\infty, \boldsymbol{k}]$

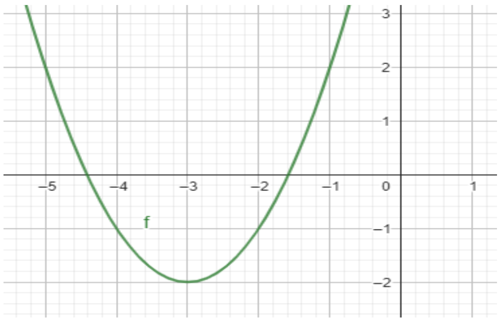
Ejemplo:



$\mathbf{Ran\ \ f(x)} =]-\infty, \mathbf{4}]$
</td>
<td>
Para el cálculo del Rango o del Recorrido

Si a>0 $\mathbf{Ran\ \ f(x)} = [\boldsymbol{k}, +\infty[$

Ejemplo



$\mathbf{Ran\ \ f(x)} = [\mathbf{-2}, +\infty[$
</td>
</tr>
</table>

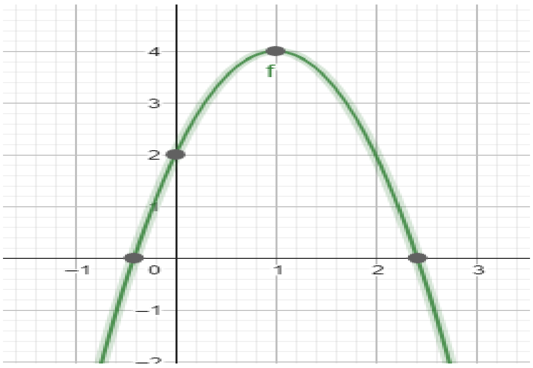
<table>
<tr>
<td>

La monotonía a < 0 (el valor de “a” es negativo)

Creciente = $]-\infty, \boldsymbol{h}[$

Decreciente = $]\boldsymbol{h}, +\infty[$

Ejemplo:



Creciente = $]-\infty, \mathbf{1}[$

Decreciente = **]** $\mathbf{1}, +\infty[$

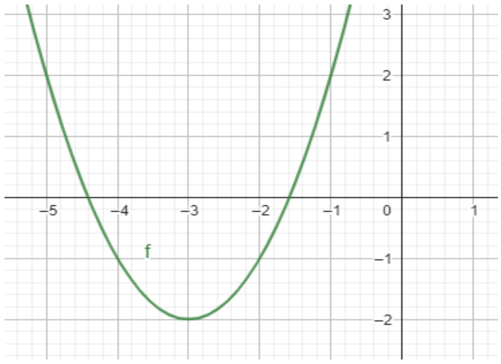
</td>
<td>

La monotonía **a > 0** (el valor de “a” es positivo)

Decreciente = $]-\infty, \boldsymbol{h}$ **[**

Creciente =$]\boldsymbol{h}, +\infty[$

Ejemplo:

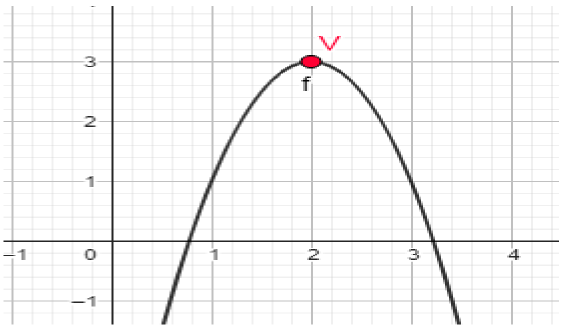


Decreciente = $]-\infty, -\mathbf{3}[$

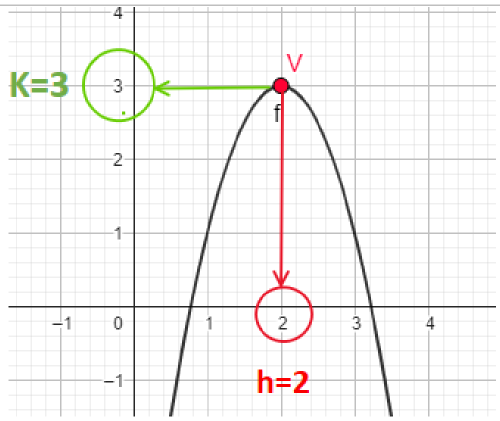
Creciente = $]-\mathbf{3}, +\infty[$

</td>
</tr>
</table>

Ejemplo 1
Dada la función cuadrática: $f(x) = -3x^2 + 6x + 5$

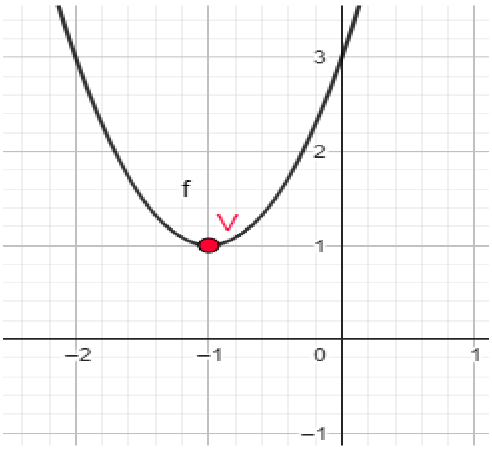


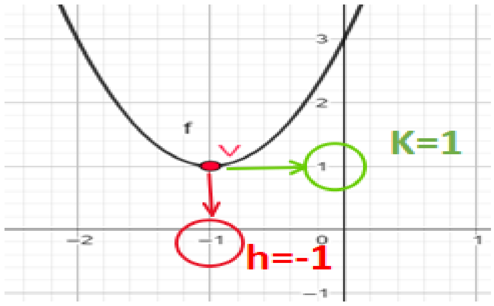
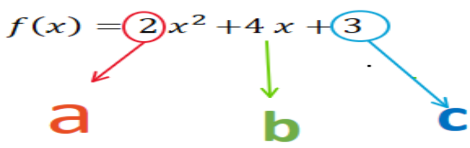
Determinar el Dominio	$Dom\ f(x) = \mathbb{R}$
Determinar el Rango o Recorrido	**Ran** f(x) $=]-\infty, \mathbf{3}]$
Indique el valor del vértice observando la gráfica.	

	 **La respuesta: V= (h, K), h=2 y K=3** **V= (2,3)**
Determinar si es Máximo o Mínimo	Para determinar el Máximo y el Mínimo encontramos los coeficientes a, b y c. $f(x) = \underbrace{-3}_{a}x^2 + \underbrace{6}_{b}\,x + \underbrace{5}_{c}$ a=-3 b=6 c=5 Si el valor de **"a"** es negativo la parábola tiene un **MÁXIMO**
La parábola se abre hacia	**ABAJO**
La monotonía	**Creciente =** $]-\infty, \mathbf{2}\,[$ **Decreciente =** $]\,\mathbf{2}, +\infty\,[$

Ejemplo 2

Dada la función cuadrática: $f(x) = 2x^2 + 4x + 3$

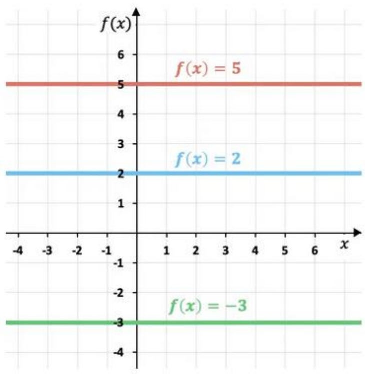


Determinar el Dominio	$Dom\ f(x) = \mathbb{R}$
Determinar el Rango o Recorrido	$\text{Ran } f(x) = [\mathbf{1}, +\infty[$
Indique el valor del vértice observando la gráfica.	 **La respuesta: V= (h, K), h=-1, K=1** **V= (-1,1)**
Determinar si es Máximo o Mínimo	Para determinar el Máximo y el Mínimo encontramos los coeficientes a, b y c.  a=2 b=4 c=3 Si el valor de **"a"** es positivo la parábola tiene un **MÍNIMO**
La parábola se abre	**ARRIBA**
La monotonía	**Decreciente =** $]-\infty, -\mathbf{1}[$ **Creciente =** $]-\mathbf{1}, +\infty[$

Función Constante

Una función constante tiene la forma $f(x) = b$, donde b es una constante.

Una función es constante cuando su representación gráfica es una recta o un segmento de recta horizontal.



El dominio de las tres funciones adjuntas son x ∈ R

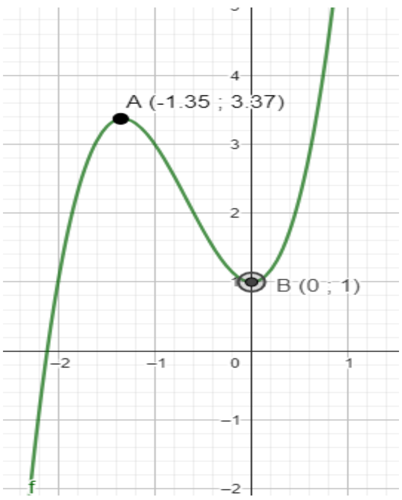
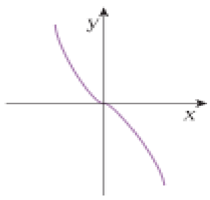
El rango en las tres funciones son el punto de corte con el eje "y", así: Ran f = y ∈ { 5 }

Ran f = y Є { 2 } ; Ran f = y Є { - 3 }

Descripción: Gráfico de una Función constante
Fuente: https://n9.cl/j04ut

Función Cúbica

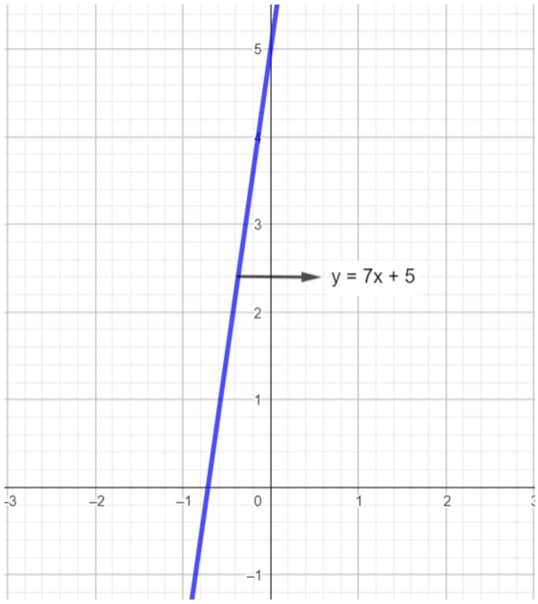
Una función cúbica es una función de variable real cuya expresión algebraica es $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, donde a, b, c y d son números reales y $a \neq 0$.

Dominio de la función cubica:	Son los números Reales $\boldsymbol{Dom\ f(x)} = x \in \mathbb{R}$
Rango o recorrido de la función cubica:	Son los números Reales $\boldsymbol{Ran\ f(x)} = y \in \mathbb{R}$
A partir de la gráfica también es posible determinar si la función es creciente, decreciente o los puntos de corte de la gráfica con los ejes de coordenadas.	
Ejemplos: En la figura 1 se muestra la gráfica de una función cubica con un punto de corte con el eje x y no es creciente y decreciente en todo su dominio sino por intervalos: Creciente en: x Є] - ∞ ; - 1.35 [U] 0 ; + ∞ [Decreciente en: x Є] – 1.35 ; 0 [	**Figura 1** 
La figura 2 es una función cúbica con un punto de corte en el eje x y totalmente decreciente en su dominio.	**Figura 2** 

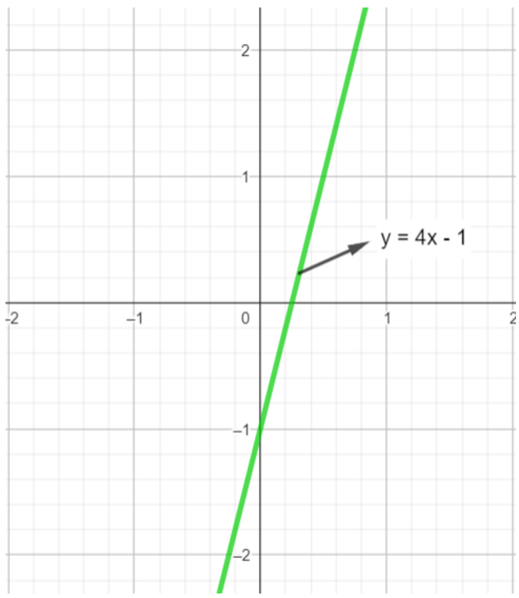
Ecuación explícita de la recta

La ecuación explícita de la recta es $y = mx + b$ donde m es la pendiente y b corresponde al corte con el eje "y".

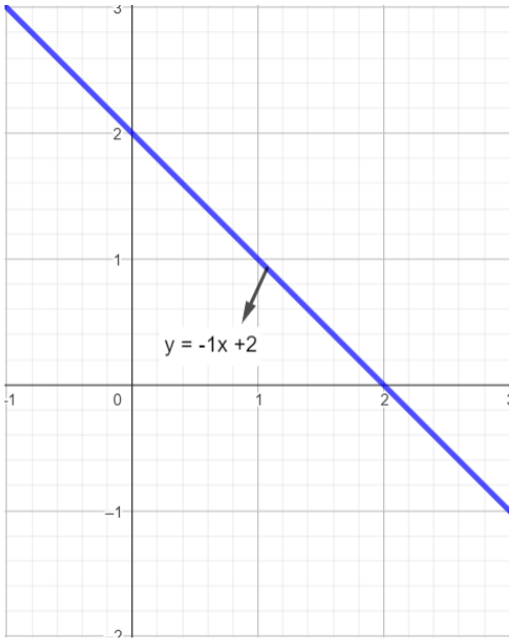
Ejemplo 1: Encontrar la ecuación explicita de la recta que tiene pendiente 7 y su ordenada es 5.

<table>
<tr><th>Datos</th><th>Gráfico</th></tr>
<tr><td>Pendiente m = 7
Ordenada b = 5</td><td rowspan="3">
</td></tr>
<tr><td>Solución</td></tr>
<tr><td>Reemplazamos m y b en:
$y = mx + b$
$y = 7x + 5$
La ecuación implícita de la recta es:
$y = 7x + 5$</td></tr>
</table>

Ejemplo 2: Encontrar la ecuación explicita de la recta que tiene pendiente 4 y su ordenada es -1.

<table>
<tr><th>Datos</th><th>Gráfico</th></tr>
<tr><td>Pendiente m = 4
Ordenada $b = -1$</td><td rowspan="3">
</td></tr>
<tr><td>Solución</td></tr>
<tr><td>Reemplazamos m y b en:
$y = mx + b$
$y = 4x + (-1)$
Aplicamos ley de signos $(+)(-) = -$
La ecuación implícita de la recta es:
$y = 4x - 1$</td></tr>
</table>

Ejemplo 3: Encontrar la ecuación explicita de la recta que pasa por (-2,4) y tiene pendiente -1.

<table>
<tr><th>Datos</th><th>Gráfico</th></tr>
<tr><td>(x_1, y_1)
Punto $A = (-2 , 4)$
Pendiente $m = -1$</td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>Solución</td></tr>
<tr><td>Reemplazar m y el Punto $A = (x_1, y_1)$ en:
$$b = y - mx$$
$$b = 4 - (-1)(-2)$$
Aplicamos ley de signos $(-)(-) = +$
$$b = 4 - (+2)$$
Aplicamos ley de signos $(-)(+) = -$
$$b = 4 - 2$$
$$b = 2$$
Reemplazamos m y b en:
$$y = \underset{\downarrow}{m}x + \underset{\downarrow}{b}$$
$$y = -1x + 2$$
La ecuación implícita de la recta es:
$$y = -x + 2$$</td></tr>
</table>

Ejemplo 4: Encontrar la ecuación explicita de la recta que pasa por (1,-3) y tiene pendiente 2.

<table>
<tr><th>Datos</th><th>Gráfico</th></tr>
<tr><td>(x_1, y_1)
Punto $A = (1 , -3)$
Pendiente $m = 2$</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>Solución</td></tr>
</table>

Reemplazar **m** y el Punto $A = (x_1, y_1)$ en:

$$b = y - mx$$
$$b = -3 - (2)(1)$$
$$b = -3 - (+2)$$

Aplicamos ley de signos $(-)(+) = -$

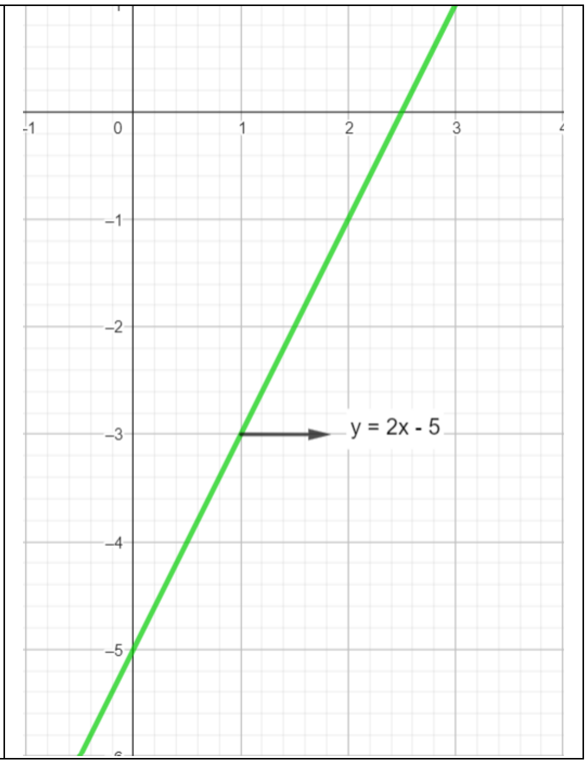
$$b = -3 - 2$$
$$b = -5$$

Reemplazamos **m** y **b** en:

$$y = mx + b$$
$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$y = 2x - 5$$

La ecuación implícita de la recta es:

$$y = 2x - 5$$



Ecuación de la recta conociendo la pendiente y un punto

Ejemplo 1: Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto A (- 4, 1) y su pendiente es -2.

Datos
$(x_1, y_1) = (-4\,, 1)$ Pendiente **m** = -2
Solución
Reemplazar **m** y el punto (x_1, y_1) en: $(y - y_1) = m(x - x_1)$ $(y - 1) = -2(x - (-4))$ Se destruye paréntesis y se aplica ley de signos $(-)(-) = +$ $y - 1 = -2(x + 4)$

Se aplica propiedad distributiva.

$$y - 1 = -2x - 8$$

Se despeja variable y.

$$y = -2x - 8 + 1$$

Se obtiene la ecuación de la recta.

$$y = -2x - 7$$

Ejemplo 2: Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto A (3, -4) y su pendiente es 7.

Datos
$(x_1, y_1) = (3\,, -4)$ Pendiente **m** = 7
Solución

Se aplica propiedad distributiva.

$$y + 4 = 7x - 21$$

Se despeja variable y.

Reemplazar **m** y el punto (x_1, y_1) en:

$$(y - y_1) = m(x - x_1)$$
$$(y - (-4)) = 7(x - 3)$$

Se destruye paréntesis y se aplica ley de signos $(-)(-) = +$

$$y + 4 = 7(x - 3)$$

$$y = 7x - 21 - 4$$

Se obtiene la ecuación de la recta.

$$y = 7x - 25$$

Ecuación de la recta conociendo dos puntos

Ejemplo 1: Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos: A (1, -1) y B (0, 3).

Datos

$$Punto\ A(x_1, y_1) = (1, -1)$$
$$Punto\ B(x_2, y_2) = (0, 3)$$

Solución

Calcular la pendiente utilizando los dos puntos dados

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$m = \frac{3 - (-1)}{0 - 1}$$
$$m = \frac{3 + 1}{0 - 1}$$
$$m = \frac{4}{-1} \qquad m = -4$$

Reemplazar la pendiente m hallada y uno de los puntos en la ecuación.

$$(y - y_1) = m(x - x_1)$$
$$(y - (-1)) = -4(x - 1)$$

Se destruye paréntesis y se aplica ley de signos $(-)(-) = +$

$$y + 1 = -4(x - 1)$$

Se aplica propiedad distributiva.

$$y + 1 = -4x + 4$$

Se despeja variable y.

$$y = -4x + 4 - 1$$

Se obtiene la ecuación de la recta.

$$y = -4x + 3$$

Ejemplo 2: Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos: A (1,3) y B (-1,7).

Datos

$$Punto\ A(x_1, y_1) = (1, 3)$$
$$Punto\ B(x_2, y_2) = (-1, 7)$$

Solución

Calcular la pendiente utilizando los dos puntos dados

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$m = \frac{7 - 3}{-1 - 1}$$
$$m = \frac{4}{-2}$$
$$m = -2$$

Reemplazar la pendiente m hallada y uno de los puntos en la ecuación.

$$(y - y_1) = m(x - x_1)$$
$$(y - 3) = -2(x - 1)$$

Se aplica propiedad distributiva.

$$y - 3 = -2x + 2$$

Se despeja variable y.

$$y = -2x + 2 + 3$$

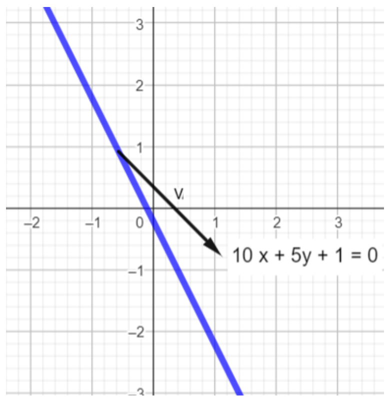
Se obtiene la ecuación de la recta.

$$y = -2x + 5$$

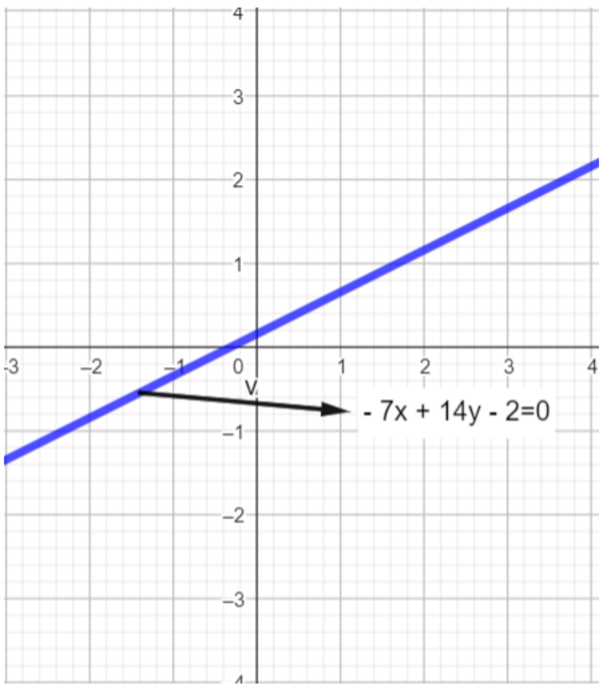
Ecuación general de la Recta

La ecuación general de una recta es una expresión de la forma $Ax + By + C = 0$ donde A, B y C son números reales y donde A y B no son cero al mismo tiempo.

Ejemplo 1: Encontrar la pendiente y el corte en la ordenada (eje "y") de la recta cuya ecuación general es $10x + 5y + 1 = 0$

Datos		Gráfico
$\mathbf{10x + 5y + 1 = 0}$ $A = 10 \quad B = 5 \quad C = 1$		
Solución		
Reemplazar A y B en: $m = -\frac{A}{B}$ $m = -\frac{10}{5}$ $m = -2$	Reemplazar C y B en: $b = -\frac{C}{B} \quad donde\ B \neq 0$ $b = -\frac{1}{5}$	

Ejemplo 2: Encontrar la pendiente y el corte en la ordenada (eje "y") de la recta cuya ecuación general es $-7x + 14y - 2 = 0$

Datos	Gráfico
$\mathbf{-7x + 14y - 2 = 0}$ $A = -7 \quad B = 14 \quad C = -2$	
Solución	
Reemplazar A y B en: $m = -\frac{A}{B}$ $m = -\frac{-7}{14}$ $m = \frac{1}{2}$	
Reemplazar C y B en: $b = -\frac{C}{B} \quad donde\ B \neq 0$ $b = -\frac{-2}{14}$ $b = \frac{1}{7}$	

Método de Sustitución

Consiste en resolver una de las ecuaciones del sistema con respecto a una de las incógnitas, en función de la otra, y sustituir la expresión encontrada en la segunda ecuación. Se obtiene entonces una ecuación lineal con una sola incógnita.

Pasos por método de sustitución.

1. Se despeja una de las incógnitas en cualquiera de las ecuaciones.

2. Se sustituye la expresión obtenida en la otra ecuación y se resuelve la ecuación que resulta de esta sustitución.

3. Una vez calculada la primera incógnita, se calcula la otra utilizando la ecuación despejada del primer paso.

Ejercicios por el método de sustitución

Ejemplos cuando se observa que una de las variables esta despejada.

Ejemplo 1: Resolver el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x - y = 4 & Ec1 \\ x = 3y & Ec2 \end{cases}$$

Solución
Reemplazamos la Ec2 $x = 3y$ en Ec1. Ec1 $\quad x - y = 4$ $(3y) - y = 4$ $2y = 4$ $y = \frac{4}{2}$ $y = 2$ Reemplazamos $y = 2$ en Ec2 $x = 3y$ Ec2 $\quad x = 3y$ $x = 3(2)$ $x = 6$
Entonces $x = 6$ y $y = 2$ $x \; y$ Par ordenado $(6, 2)$

Comprobación
Reemplazamos $x = 6$ y $y = 2$ en la ecuación 1. $x - y = 4$ $6 - 2 = 4$ $4 = 4$ Se cumple la igualdad

Ejemplo 2: Resolver el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 3x + y = 10 & Ec1 \\ y = 2x & Ec2 \end{cases}$$

Solución

Reemplazamos la Ec2 $y = 2x$ en Ec1.

Ecuación 1 $\quad 3x + y = 10$

$$3x + (2x) = 10$$
$$5x = 10$$
$$x = \frac{10}{5}$$
$$x = 2$$

Reemplazamos $x = 2$ en Ec2 $y = 2x$

Ec2 $\quad y = 2x$

$$y = 2(2)$$
$$y = 4$$

Entonces $x = 2$ y $y = 4$

$x \; y$

Par ordenado $(2, 4)$

Comprobación

Reemplazamos $x = 2$ y $y = 4$ en la ecuación 1.

$$3x + y = 10$$
$$3(2) + 4 = 10$$
$$6 + 4 = 10$$
$$10 = 10$$

Se cumple la igualdad

Ejemplo 3: Resolver el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x - 3y = 1 & Ecuación\ 1 \\ x = 2y & Ecuación\ 2 \end{cases}$$

Solución

Reemplazamos la Ec2 $x = 2y$ en Ec1.

Ec1 $\quad x - 3y = 1$

$$(2y) - 3y = 1$$
$$-1y = 1$$
$$y = \frac{1}{-1}$$
$$y = -1$$

Reemplazamos $y = -1$ en Ec2 $x = 2y$

Ec2 $\quad x = 2y$

$$x = 2(-1)$$

Comprobación

Reemplazamos $x = -2$ y $y = -1$ en la ecuación 1.

$$x - 3y = 1$$
$$(-2) - 3(-1) = 1$$
$$-2 + 3 = 1$$
$$1 = 1$$

Se cumple la igualdad

$x = -2$
Entonces $x = -2$ y $y = -1$
$x \quad y$
Par ordenado $(-2, -1)$

Ejemplo 1: Resolver el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 7x + y = 19 & Ec1 \\ 4x - y = 3 & Ec2 \end{cases}$$

Solución
Despejamos y de la **Ec2.** $$4x - y = 3$$ $$-y = 3 - 4x$$ Se multiplica por (-1) $$\boxed{y = -3 + 4x}$$
Reemplazamos el despeje de y en la **Ec1.** $$7x + y = 19$$ $$7x + (-3 + 4x) = 19$$ $$7x - 3 + 4x = 19$$ $$7x + 4x = 19 + 3$$ $$11x = 22$$ $$x = \frac{22}{11}$$ $$x = 2$$
Sustituimos $x = 2$ en el despeje. $$y = -3 + 4x$$ $$y = -3 + 4(2)$$ $$y = -3 + 8$$ $$y = 5$$
Entonces $x = 2$ y $y = 5$ $x\, y$ Par ordenado $(2, 5)$

Comprobación
Reemplazamos $x = 2$ y $y = 5$ en la ecuación 1. $$7x + y = 19$$ $$7(2) + (5) = 19$$ $$14 + 5 = 19$$ $$19 = 19$$ Se cumple la igualdad

Ejemplo 2: Resolver el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 & Ec1 \\ 4x + 5y = 8 & Ec2 \end{cases}$$

Solución
Despejamos x de la **Ec1.** $2x + 3y = 4$ $2x = 4 - 3y$ $\boxed{x = \frac{4 - 3y}{2}}$
Reemplazamos el despeje de x en la **Ec2.** $4x + 5y = 8$ $4\left(\frac{4 - 3y}{2}\right) + 5y = 8$ $2(4 - 3y) + 5y = 8$ $8 - 6y + 5y = 8$ $-6y + 5y = 8 - 8$ $-1y = 0$ $y = \frac{0}{-1}$ $y = 0$
Sustituimos $y = 0$ en el despeje. $x = \frac{4 - 3y}{2}$ $x = \frac{4 - 3(0)}{2}$ $x = \frac{4 - 0}{2}$ $x = \frac{4}{2}$ $x = 2$
Entonces $x = 2$ y $y = 0$ $x\ y$ Par ordenado $(2, 0)$

Comprobación
Reemplazamos $x = 2$ y $y = 0$ en la ecuación 1. $2x + 3y = 4$ $2(2) + 3(0) = 4$ $4 + 0 = 4$ $4 = 4$ Se cumple la igualdad

Método de Igualación

Consiste en despejar la misma variable en ambas ecuaciones del sistema. Una vez despejada, se igualan los resultados, despejando la única variable que queda.

Procedimiento

Paso 1. Se despeja la misma incógnita en ambas ecuaciones.

Paso 2. Se igualan las expresiones obtenidas y se resuelve la ecuación lineal.

Paso 3. El valor obtenido se sustituye en cualquiera de las expresiones del primer paso.

Paso 4. Se escribe la solución del sistema.

Ejercicios resueltos por el método de igualación

Ejercicio 1. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + y = 50 \\ 4x - 5y = 30 \end{cases}$$

1 Despejar "y" de ambas ecuaciones

(E1) $2x + y = 50$

$y = 50 - 2x$

(E2) $4x - 5y = 30$

$-5y = 30 - 4x$

$y = \dfrac{30 - 4x}{-5}$

2 Se igualan las expresiones

$50 - 2x = \dfrac{30 - 4x}{-5}$

$-5\,(50 - 2x) = 30 - 4x$

$-250 + 10x = 30 - 4x$

$10x + 4x = 30 + 250$

$14x = 280$

$x = \dfrac{280}{14}$

$x = 20$

3 Se reemplaza el valor obtenido

$y = 50 - 2x$

$y = 50 - 2(20)$

$y = 50 - 40$

$y = 10$

4 Solución

$x = 20$

$y = 10$

COMPROBACIÓN

$2(20) + 10 = 50$

$40 + 10 = 50$

$50 = 50$

$4(20) - 5(10) = 30$

$80 - 50 = 30$

$30 = 30$

Ejercicio 2. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + \ y = 1 \\ 4x + 3y = 5 \end{cases}$$

1 Despejar "y" de ambas ecuaciones

(E1) $2x + \ y = 1$

$y = 1 - 2x$

(E2) $4x + 3y = 5$

$3y = 5 - 4x$

$y = \dfrac{5 - 4x}{3}$

2 Se igualan las expresiones

$$1 - 2x = \frac{5 - 4x}{3}$$
$$3\,(1 - 2x) = 5 - 4x$$
$$3 - 6x = 5 - 4x$$
$$-6x + 4x = 5 - 3$$
$$-2x = 2$$
$$x = \frac{2}{-2}$$
$$\boldsymbol{x = -1}$$

3 Se reemplaza el valor obtenido

$$\boldsymbol{y = 1 - 2x}$$
$$\boldsymbol{y = 1 - 2(-1)}$$
$$y = 1 + 2$$
$$\boldsymbol{y = 3}$$

4 Solución

$\boldsymbol{x = -1}$

$\boldsymbol{y = 3}$

<u>COMPROBACIÓN</u>

$$2x + \ y = 1$$
$$2(-1) + 3 = 1$$
$$-2 + 3 = 1$$
$$\mathbf{1 = 1}$$

$$4x + \ 3\,y = 5$$
$$4(-1) + 3(3) = 5$$
$$-4 + 9 = 5$$
$$\mathbf{5 = 5}$$

Ecuación Cuadrática

La ecuación cuadrática presenta la siguiente forma estándar: $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0,}$ donde *a*, *b* y *c* son números reales, siendo que $\boldsymbol{a}$ no puede ser $\mathbf{0}$.

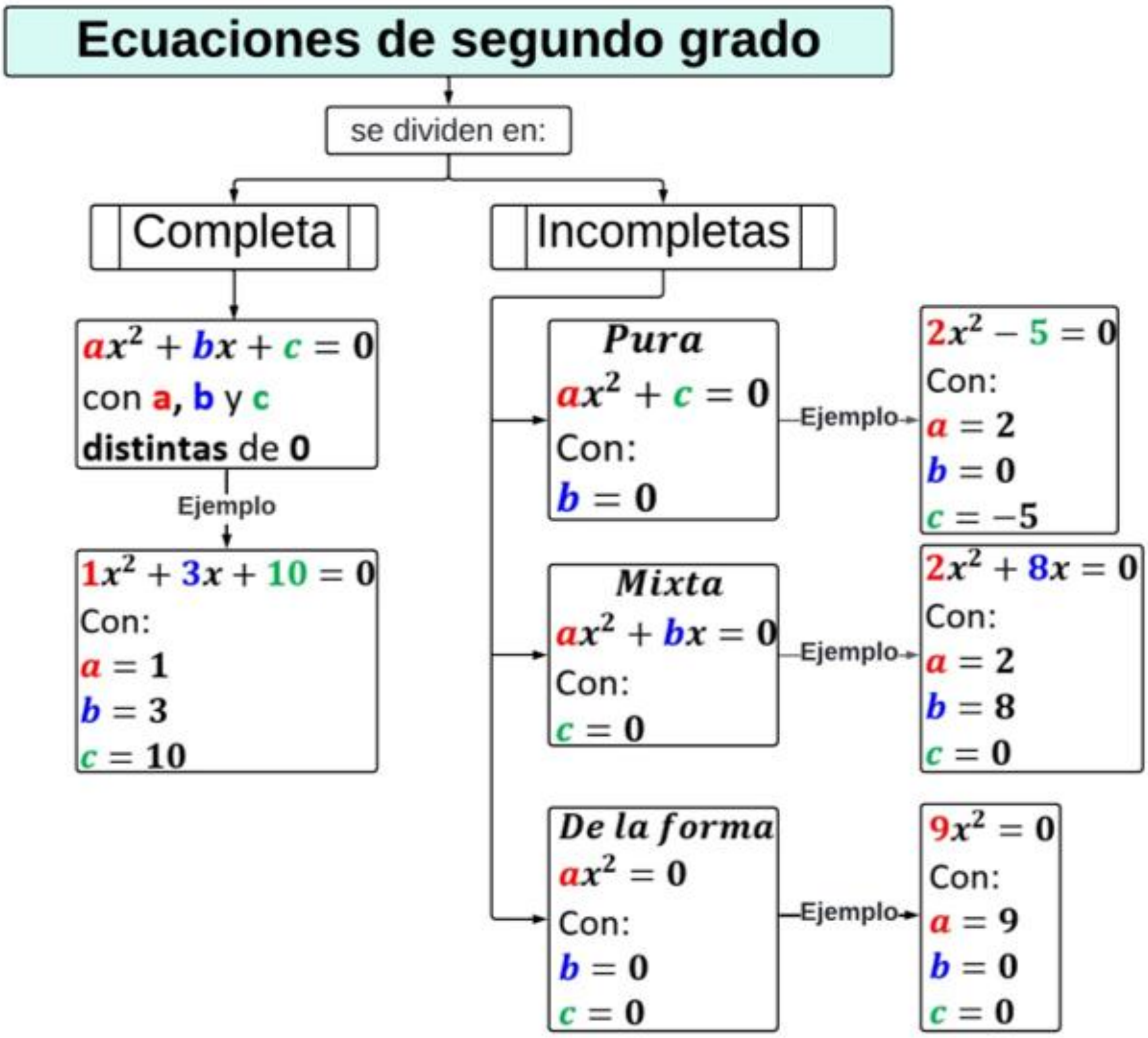
Elementos de una ecuación cuadrática.

$$a\,x^2 + b\,x + c = 0$$

Término Cuadrático | Término Lineal | Término Independiente

Casos de Ecuación Cuadrática

Dependiendo de que si el término lineal, independiente o ambos sean iguales a cero. La ecuación cuadrática puede tomar las siguientes formas, tal como indica el siguiente diagrama.



Ejercicios de Ecuación Cuadrática Completas

Ejemplo 1: Resolver la ecuación: $9x^2 - 12x + 4 = 0$

Extraer las raíces del término cuadrático e independiente: $9x^2 - 12x + 4 = 0$ $\sqrt{9x^2} = 3x$ $\sqrt{4} = 2$ Multiplicar las raíces encontradas por **2**, El resultado es el segundo término. $2(3x)(2) = 12x$ Utilizamos el signo del segundo término para escribir el Trinomio cuadrado perfecto. $(3x - 2)^2 = 0$	$(3x - 2)^2 = 0$ Igualamos cada paréntesis a 0 $(3x - 2) = 0$ $(3x - 2) = 0$ Despejamos x $3x - 2 = 0$ $3x - 2 = 0$ $3x = 2$ $3x = 2$ $x_1 = \frac{2}{3}$ $x_2 = \frac{2}{3}$

Ejemplo 2: Resolver la ecuación: $x^2 - 15x + 50 = 0$

$(-)(+) = -$ $x^2 - 15x + 50 = (x - 10)(x - 5)$ Descomponemos el 50 50 | 2 25 | 5 $50 = 2 * 25$ 5 | 5 $50 = 10 * 5$ 1 | Buscamos dos números de sumados nos den -15 $-2 - 25 = -27$ $-10 - 5 = -15$ Entonces $(x - 10)(x - 5) = 0$	Igualamos cada paréntesis a 0 $(x - 10) = 0$ $(x - 5) = 0$ Despejamos x $x - 10 = 0$ $x - 5 = 0$ $x_1 = 10$ $x_1 = 5$

Ecuaciones de Segundo Grado: Incompletas

<table>
<tr><td colspan="2">a. $\boldsymbol{Pura} \quad ax^2 + c = 0$</td></tr>
<tr><td>Resolución</td><td>Ejemplo</td></tr>
<tr><td>1. Despejar la incógnita $\boldsymbol{x}$
2. Extraer la raíz cuadrada.
3. Se obtienen las soluciones.
4. $x_1 = \quad \wedge \quad x_2 =$</td><td>Resolver la ecuación $2x^2 - 32 = 0$
Despejar la incógnita $\boldsymbol{x}$
$$2x^2 - 32 = 0$$
$$2x^2 = +32$$
$$x^2 = \frac{32}{2}$$
$$x^2 = 16$$
Extraer la raíz cuadrada.
$$x = \pm\sqrt{16}$$
Se obtienen las soluciones.
$$x_1 = 4 \quad \wedge \quad x_2 = -4$$</td></tr>
<tr><td colspan="2">b. $\boldsymbol{Mixta} \quad ax^2 + bx = 0$</td></tr>
<tr><td>Resolución</td><td>Ejemplo</td></tr>
<tr><td>1. Se extrae el factor común
2. Se igualan los dos factores a 0.
3. Se encuentran los valores de la incógnita $\boldsymbol{x}$.
$x_1 = \quad \wedge \quad x_2 =$</td><td>Resolver la ecuación $-2x^2 + 6x = 0$
Se extrae el factor común $\boldsymbol{x}$
$$2x\,(-x + 3\,) = 0$$
Se igualan los dos factores a 0.
$$2x = 0 \quad \wedge \quad (-x + 3\,) = 0$$
Se encuentran los valores de la incógnita $\boldsymbol{x}$.
$$x_1 = \frac{0}{2} \quad \wedge \quad -x_2 = -3$$
$$x_1 = 0 \quad \wedge \quad x_1 = 3$$</td></tr>
<tr><td colspan="2">c. $\boldsymbol{De\ la\ forma}\ ax^2 = 0$</td></tr>
<tr><td>Resolución</td><td>Ejemplo</td></tr>
<tr><td>1. Despejar la incógnita $\boldsymbol{x}$
2. Extraer la raíz cuadrada.
3. Se obtienen la solución.
$$x_1 = 0$$</td><td>Resolver la ecuación $8x^2 = 0$
Despejar la incógnita $\boldsymbol{x}$
$$8x^2 = 0$$
$$x^2 = \frac{0}{8}$$
$$x^2 = 0$$
Extraer la raíz cuadrada.
$$x = \pm\sqrt{0}$$
Se obtienen la solución.
$$x_1 = 0$$</td></tr>
</table>

Probabilidad

Probabilidad

La probabilidad indica la posibilidad relativa de que ocurra un evento. El valor de la probabilidad es un valor entre 0 y 1. Se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$P(A) = \frac{número\ de\ casos\ favorables\ de\ A}{número\ total\ de\ casos\ de\ S} = \frac{n\ (A)}{n\ (S)}$$

Experimento Aleatorio

Son aquellos experimentos en los que no se puede predecir su resultado. Puede ser repetido bajo las mismas condiciones.

Ejemplos:

- Lanzamiento de una moneda.
- Elegir una persona al azar de una lista y ver cuál es su sexo
- Lanzar un dado con sus caras numeradas del 1 al 6 y observar que número sale
- Extraer una bola al azar de una bolsa con bolas de distinto color.

Evento o suceso

Conjunto de **uno o más** resultados del **experimento aleatorio**. Se representan con letras mayúsculas.

- Si A = {obtener un número 5 al lanzar un dado}, entonces, A= {5}.
- Si B = {obtener un número mayor que 3 al lanzar un dado}, entonces, B= {4, 5, 6}.
- Si C = {obtener un número par al lanzar un dado}, entonces, C= {2, 4, 6}.
- Si D= {obtener un número impar al lanzar un dado}, entonces, D= {1, 3, 5}.

Espacio muestral

Se llama al conjunto de todos los casos posibles, de un experimento específico, y que se designa por E.

Ejemplo:

El **espacio muestral** del experimento de **tirar un solo dado**.

$\boldsymbol{E}$ = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

El **espacio muestral** del experimento de **tirar una sola moneda**. (Cara = C, Cruz = S)

$\boldsymbol{E}$ = $\{C, S\}$

El **espacio muestral** del experimento de **tirar dos monedas.**

$\boldsymbol{E}$ = $\{CC, CS, SC, SS\}$

Ejercicios de Probabilidad

1. **En una bolsa se tiene 14 bolitas de colores, todas del mismo tamaño, como indica la figura:**

Total, de bolitas: 5 rojas + 5 azules + 4 verdes = 14 bolitas (casos posibles).

Si se saca una bola al azar, calcular las probabilidades de que sea uno u otro color.

Probabilidad de sacar **bolitas de color rojo**

$$\boldsymbol{P(R)} = \frac{número\ de\ bolitas\ rojas}{número\ total\ de\ bolitas} = \frac{5}{14}$$

Probabilidad de sacar **bolitas de color azul**

$$\boldsymbol{P(A)} = \frac{número\ de\ bolitas\ azules}{número\ total\ de\ bolitas} = \frac{5}{14}$$

Probabilidad de sacar **bolitas de color verde**

$$\boldsymbol{P(V)} = \frac{número\ de\ bolitas\ verdes}{número\ total\ de\ bolitas} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$

2. En una caja hay 3586 clavos, de los cuales 311 son defectuosos. Calcular la probabilidad de que, al extraer un clavo de la caja, este defectuoso.

$$\boldsymbol{P(Defectuoso)} = \frac{número\ de\ clavos\ defectuosos}{número\ total\ de\ clavos} = \frac{311}{3586} = 0{,}0867$$

Respuesta. La probabilidad de extraer un clavo defectuoso de la caja es de 0,0867

3. De una baraja de 52 cartas determinar la probabilidad de cada uno de los siguientes eventos: a) sacar un trébol; b) sacar un rey.

Se tiene que en total 52 cartas (números de casos totales)

a) En la baraja hay 13 tréboles, entonces *número de casos favorables* = 13, la probabilidad será:

$$\boldsymbol{P(Trébol)} = \frac{número\ de\ casos\ favorables}{número\ de\ casos\ totales} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

b) Se tiene 4 reyes en la baraja, entonces *número de casos favorables* = 4, la probabilidad será:

$$\boldsymbol{P(Reyes)} = \frac{número\ de\ casos\ favorables}{número\ de\ casos\ totales} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13} = 0{,}077$$

4. En una bolsa hay 10 papelitos con los números del 1 al 10. Si se extrae un papelito al azar, calcular la probabilidad de obtener un número par.

Se tiene que en total hay 10 papelitos (números de casos totales)

Los números pares posibles que pueden salir son: 2, 4, 6, 8, 10, entonces *número de casos favorables* = 5, la probabilidad será:

$$P(Trébol) = \frac{número\ de\ casos\ favorables}{número\ de\ casos\ totales} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Respuesta. La probabilidad de obtener un número par es 0,5

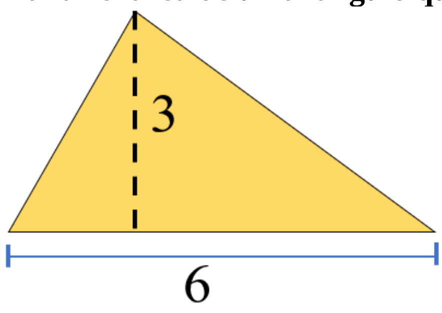
Áreas

El área de una figura es la medida de la superficie que ocupa la figura. El área se simboliza con la letra "A". Ejemplo de unidades de área:

- Metros cuadrados **(m^2).**
- Centímetros cuadrados **(cm^2).**
- Kilómetros cuadrados **(km^2).**

Ejercicios de Áreas de figuras geométricas.

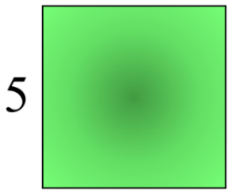
1. **Hallar el área de un triángulo que tiene 6cm de base y una altura de 3cm.**



$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$
$$A = \frac{6cm * 3cm}{2}$$
$$A = \frac{18cm^2}{2}$$
$$A = 9\ cm^2$$

R: El área del triángulo es $9cm^2$.

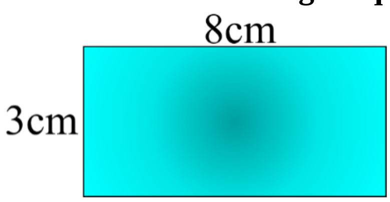
2. **Calcular el área del cuadrado si el lado mide 5 cm.**



$$A = a^2$$
$$A = (5cm)^2$$
$$A = 5cm * 5cm$$
$$A = 25\ cm^2$$

R: El área del cuadrado es $25cm^2$.

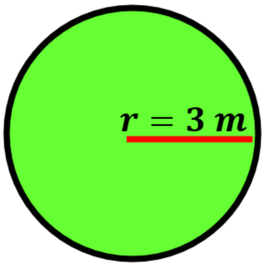
3. **Hallar el área de rectángulo que mide 8cm por 3cm.**



$$A = a \cdot b$$
$$A = 3cm * 8cm$$
$$A = 24\ cm^2$$

R: El área del cuadrado es $25cm^2$.

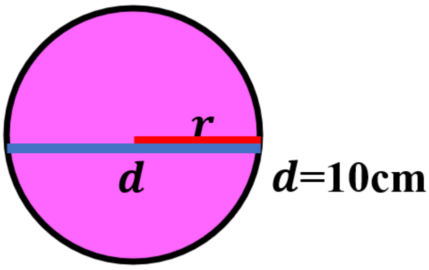
4. **Hallar el área de un circulo que tiene como radio 3 metros.**



$$A = \pi \cdot r^2 \qquad \pi = 3,14$$
$$A = \pi \cdot (3)^2$$
$$A = 9\pi$$
$$A = 9(3,14)$$
$$A = 28,27\ m^2$$

R: El área del circulo es 28,27m^2.

5. **Hallar el área de un círculo que tiene como diámetro 16 kilómetros.**



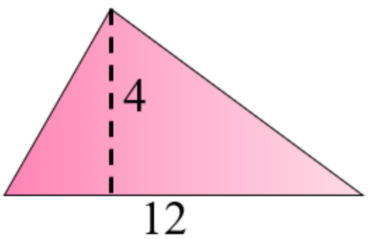
$$r = \frac{d}{2}$$
$$r = \frac{10}{2}cm$$
$$r = 5cm$$

$$A = \pi \cdot r^2$$
$$A = \pi \cdot (5)^2$$
$$A = 25\pi$$
$$A = 25(3,14)$$
$$A = 78,54cm^2$$

R: El área del circulo es 78,54cm^2.

6. **Calcular el Área del triángulo si su base mide 12metros y de altura tiene 4metros.**

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$



Identificamos:

- Base b= 12 m
- Altura h= 4m

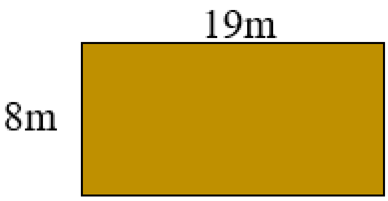
Reemplazamos

$$A = \frac{12m * 4m}{2}$$
$$A = \frac{48m^2}{2}$$
$$A = 24m^2$$

R: El área del triángulo es 24m^2.

7. **Una casa de forma rectangular tiene de largo 19 metros y de ancho 8 metros, ¿Cuál será el are de construcción de la casa?**

$$A = a \cdot b$$



Identificamos:

- Base b= 19 m
- Altura h= 8m

Reemplazamos

$$A = 8cm * 19cm$$
$$A = 152m^2$$

Respuesta: La casa tiene un área de construcción de $152m^2$

R: La casa tiene un área de construcción de $152m^2$

8. **Samira desea pintar una pared de su sala, de largo tiene 4metros y de alto 2 metros, Si el pintor cobra por mano de obra y material 5 dólares por cada $1m^2$. ¿Cuánto debe pagar Shirley por la pintar la pared de la sala?**

$$A = a \cdot b$$

Identificamos:

- Base b= 4 m
- Altura h= 2m

Reemplazamos

$$A = 2cm * 4cm$$
$$A = 8m^2$$

La pared tiene un área de $8m^2$

Multiplicamos el precio por el área

$$Costo = 5\ dolares\ \cdot 8$$
$$Costo = 40\ dolares$$

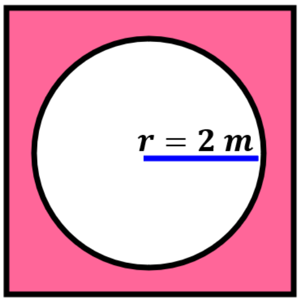
Respuesta: Shirley debe pagar 40 dólares por pintar la pared de la sala.

Áreas sombreadas

Pasos para áreas sombreadas:

- Obtener Área de la figura 1
- Obtener Área de la figura 2, 3, 4 …
- **Restar** las áreas obtenidas considerando el área sombreada.

9. **Hallar el área sombreada de la siguiente figura, si el cuadrado tiene de ancho 5m.**



Cuadrado

$$a = 5m$$
$$A = a^2$$
$$A = (5m)^2$$
$$A = 5m * 5m$$
$$A = 25\ m^2$$

Circulo

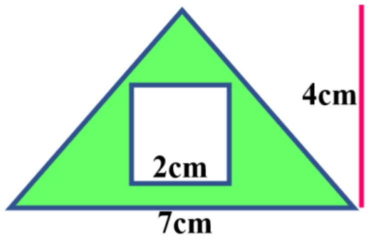
$$r = 2m \qquad \pi = 3,14$$
$$A = \pi \cdot r^2$$
$$A = \pi \cdot (2)^2$$
$$A = 4\pi$$
$$A = 4(3,14)$$
$$A = 12,57m^2$$

Al área del cuadrado le restamos el área del circulo, para obtener el área sombreada.

$$A_{sombreada} = A_{cuadrado} - A_{circulo}$$
$$A_s = 25m^2 - 12,57m^2$$
$$A_s = 12,43m^2$$

R: El área sombreada es $12,43m^2$.

10. **Hallar el área sombreada de la siguiente figura**



Cuadrado

$$a = 2cm$$
$$A = a^2$$
$$A = (2cm)^2$$
$$A = 2cm * 2cm$$
$$A = 4\ cm^2$$

Triángulo

$$b = 7cm, h = 4cm$$
$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$
$$A = \frac{7cm * 4cm}{2}$$
$$A = \frac{28cm^2}{2}$$
$$A = 14\ cm^2$$

Al área del triangulo le restamos el área del cuadrado, para obtener el área sombreada.

$$A_{sombreada} = A_{triangulo} - A_{cuadrado}$$
$$A_s = 14cm^2 - 4cm^2$$
$$A_s = 10cm^2$$

R: El área sombreada es $10cm^2$.

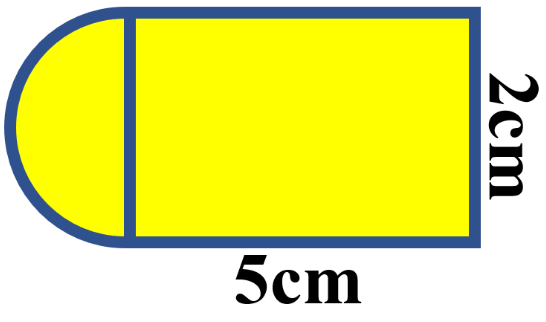
Áreas de figuras geométricas compuestas

Pasos para áreas sombreadas:

- Obtener Área de la figura 1
- Obtener Área de la figura 2, 3, 4 …
- **Sumar** las áreas obtenidas. $A_{Total} = A_1 + A_2 + A_3 + \cdots$

Ejercicios de Áreas de figuras geométricas compuestas

11. Hallar el área sombreada de la siguiente figura, si el cuadrado tiene de ancho 5m.



Circulo

$$r = \frac{d}{2}$$
$$r = \frac{2}{2}cm$$
$$r = 1cm \qquad \pi = 3,14$$
$$A = \pi \cdot r^2$$
$$A = \pi \cdot (1)^2$$
$$A = 1\pi$$
$$A = 1(3,14)$$
$$A = 3,14cm^2$$

Debido a que es medio circulo dividimos para 2.

$$A = \frac{3,14}{2}cm^2$$
$$A = 1,57cm^2$$

Rectángulo

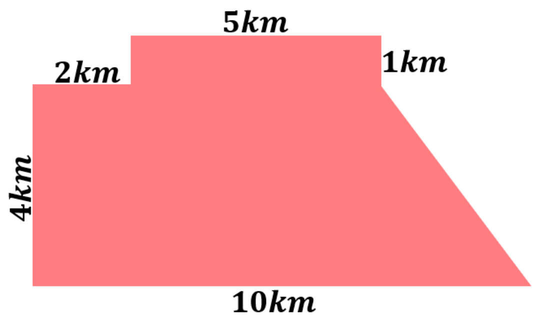
$$a = 2cm$$
$$b = 5cm$$
$$A = a \cdot b$$
$$A = 2cm * 5cm$$
$$A = 10\ cm^2$$

Sumamos las áreas obtenidas

$$A_{Total} = A_1 + A_2$$
$$A_{Total} = 10cm^2 + 1,57cm^2$$
$$A_{Total} = 11,57cm^2$$

R: El área la figura compuesta es 11,57cm^2.

12. Hallar el área de la siguiente figura.



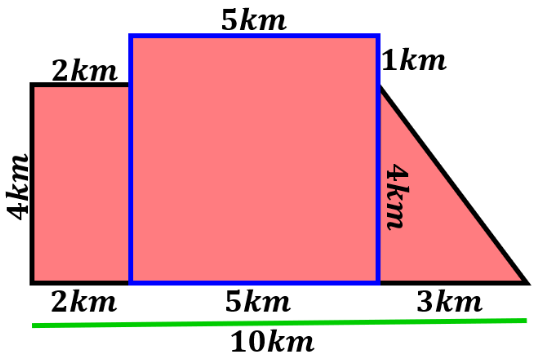


Figura 1: Rectángulo

$$a = 4km$$
$$b = 2km$$
$$A = a \cdot b$$
$$A = 4km * 2km$$
$$A = 8\ km^2$$

Figura 2: Cuadrado

$$a = 5km$$
$$A = a^2$$
$$A = (5km)^2$$
$$A = 5km * 5km$$
$$A = 25\ km^2$$

Figura 3: Triangulo

$$b = 3km,\ h = 4km$$
$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$
$$A = \frac{3km * 4km}{2}$$
$$A = \frac{12km^2}{2}$$
$$A = 6\ km^2$$

Sumamos las áreas obtenidas

$$A_{Total} = A_1 + A_2 + A_3$$
$$A_{Total} = 8km^2 + 25km^2 + 6km^2$$
$$A_{Total} = 39km^2$$

R: El área de la figura compuesta es 39km^2.

13. Hallar el área de la siguiente figura.

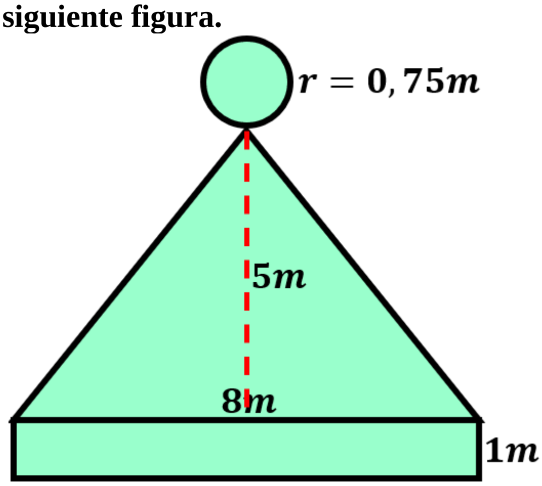


Figura 1: Rectángulo

$a = 1m$
$b = 8m$
$A = a \cdot b$
$A = 1m * 8m$
$A = 8\ m^2$

Figura 2: Triangulo

$b = 8m,\ h = 5m$
$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$
$$A = \frac{8m * 5m}{2}$$
$$A = \frac{40m^2}{2}$$
$A = 20\ m^2$

Figura 3: Triangulo

$r = 0,75m \qquad \pi = 3,14$
$A = \pi \cdot r^2$
$A = \pi \cdot (0,75)^2$
$A = 0,56\pi$
$A = 0,56(3,14)$
$A = 1,76m^2$

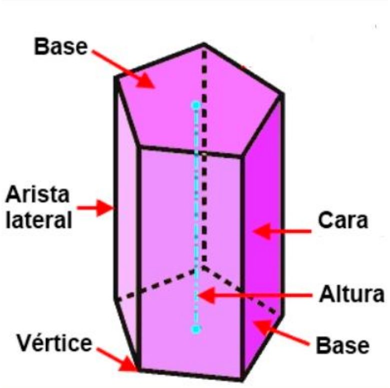
Sumamos las áreas obtenidas

$$A_{Total} = A_1 + A_2 + A_3$$
$$A_{Total} = 8m^2 + 20m^2 + 1,76m^2$$
$$A_{Total} = 29,76m^2$$

R: El área de la figura compuesta es 29,76m^2.

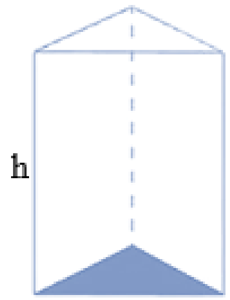
Prismas

Un prisma regular es un poliedro con **dos bases** y caras laterales formadas por rectángulos o paralelogramos.

Elementos del Prisma	
	**Bases (B):** polígonos regulares, cada prisma tiene dos bases, iguales y paralelas.
	Caras: son rectángulos, el número de caras es igual al número de lados de la base.
	Altura (h): es la distancia entre las dos bases.
	Vértices: puntos donde coinciden las caras.
	Aristas: cada uno de los lados de las caras.

Los prismas se denominan según el polígono de su base:

Prisma Triangular

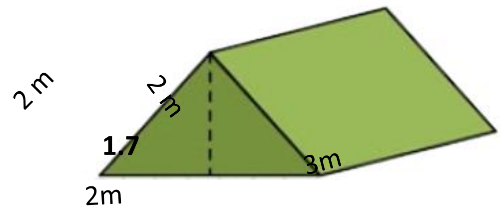


Área Lateral	*Área Total*
$A_L = P_B \cdot h$	$A_T = P_B \cdot h_B + 2A_B$

Donde:

P_B: Perímetro de la base
h: altura

1. Carlos necesita confeccionar una tienda de campaña con las medidas que se muestra en la figura. Calcular la cantidad de tela que se necesita.



Solución:

Perímetro de la base

P_B = 2+2+2 = 6 cm

Área de la base

$$A_B = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{2 * 1.7}{2} = \mathbf{1.7 cm^2}$$

Área Lateral

$$\boldsymbol{A_L = P_B \cdot h}$$

$$A_L = 6(3) = \mathbf{18\ cm^2}$$

Área Total

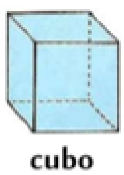
$$\boldsymbol{A_T = 2A_B + A_L}$$

$$A_T = 2(\mathbf{1.7}) + \mathbf{18} = 3.4 + 18 = \mathbf{21.4\ cm^2}$$

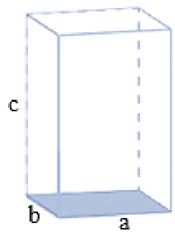
R: Se necesitan 21.4 cm^2 de tela

Prisma Cuadrangular

Cuando el prisma es de base cuadrada se puede tener dos casos: el **paralelepípedo** de base rectangular y el **cubo** que tiene sus lados de la base y aristas iguales.



Área Lateral	$A_L = 4l^2$
Área Total	$A_T = 6l^2$



Área Lateral	$A_L = 2(a \cdot c + b \cdot c)$
Área Total	$A_T = 2ac + 2bc + 2ac$

1. Julia va a forrar la parte lateral de una caja en forma de cubo con papel regalo y necesita saber la cantidad de papel que requiere.

Solución:

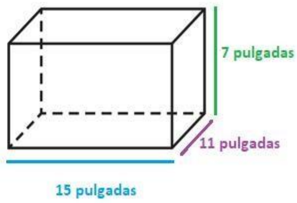
Se trata de encontrar el área lateral de un cubo.

$A_L = 4l^2 = 4\ (21)^2 = 1764\ cm^2$

Julia requiere 1764 cm^2 de papel para forrar la caja.

2. Para guardar los juguetes de su hija, Jessy va a cambiar el diseño de la parte lateral de un cajón de tela, si las medidas son: a = 15 pulgadas de largo, b = 11 pulgadas de ancho y c = 7 pulgadas de altura. Calcular el área lateral de la caja.

Nota: pulgada se abrevia como in y pulgada al cuadrado in^2.



Solución:

$A_L = 2\ (a * c + b * c)$

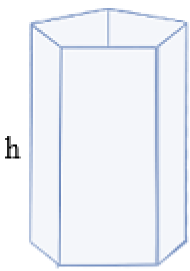
$A_L = 2(15*7 + 11*7)$

$A_L = 2(105 + 77)$

$A_L =$ **364 in^2**

Jessy requiere 364 in^2 de tela para forrar la caja.

Prisma Pentagonal

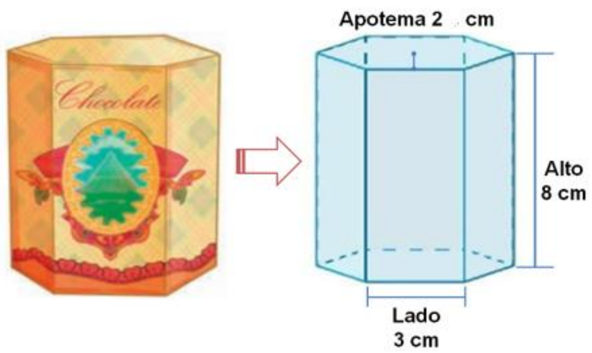


A partir de este prisma, la fórmula utilizada es la misma.

Área Lateral	*Área Total*
$A_L = P_B \cdot h$	$A_T = P_B(h + a_p)$

Donde:
P_B: *Perímetro de la base*
h: altura

1. Se desea colocar papel brillante sobre una caja de chocolates que tiene forma de prisma pentagonal. Calcular el área total de la caja.



Solución:

Perímetro de la base

$P_B = 6 \cdot 3$

$P_B = 18$ cm

Se reemplazan los valores en la fórmula:

$$\boldsymbol{A_T = P_B(h + a_p)}$$

$$A_T = 18(8 + 2)$$

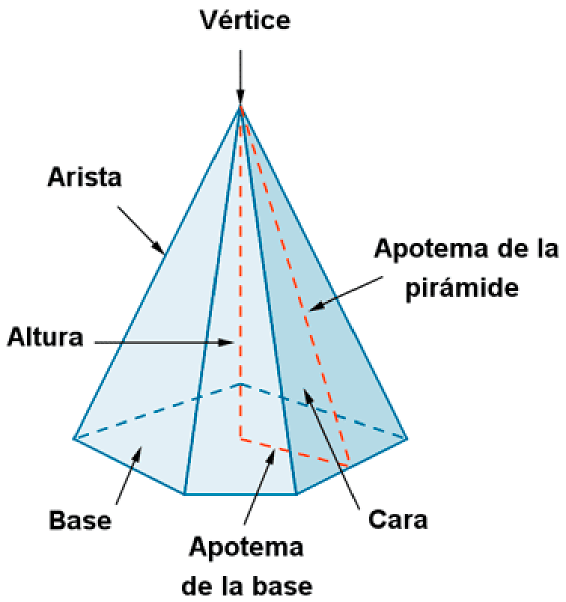
$$A_T = 18(10)$$

$$A_T = 180\ cm^2$$

R: se necesitan 180 cm^2 de papel brillante.

Pirámides

Es un poliedro con una base que puede ser cualquier polígono y sus caras son triangulares. La altura de la pirámide va del vértice a la base y es perpendicular a esta.

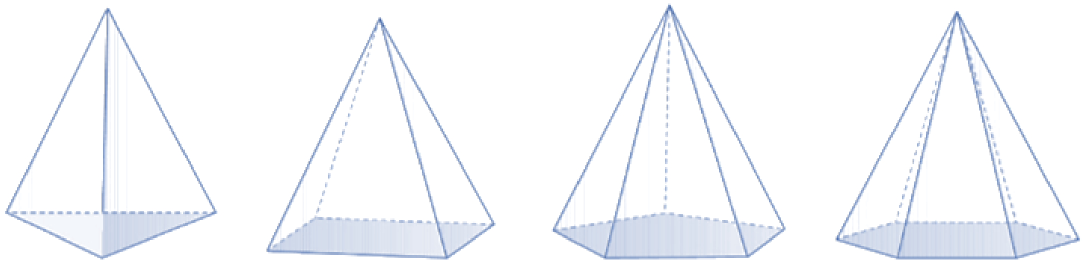
Elementos de la pirámide	
	**Base:** polígono regular; no toca al vértice.
	Caras: triángulos laterales.
	Aristas: segmentos donde se encuentran dos caras de la pirámide.
	Altura (h): distancia de la base al vértice de la pirámide.
	Vértice de la pirámide (V): punto donde confluyen las caras laterales triangulares.
	Apotema de la pirámide (ap): distancia del vértice a un lado de la base.
	Apotema de la base (apb): distancia de un lado de la base al centro de ésta.

Área Lateral + **Área de la base** = **Área Total**

$$A_L = \frac{Pb \cdot ap}{2} \qquad A_b \qquad A_T = \frac{Pb \cdot ap}{2} + A_b$$

Donde:
Pb: Perímetro de la base
ap: Apotema

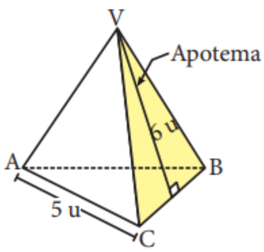
Las pirámides se denotan según su base:



Pirámide triangular — Pirámide cuadrangular — Pirámide pentagonal — Pirámide hexagonal

Ejercicios Resueltos

1. Calcula el área lateral de la pirámide triangular regular.



Solución:

Primero se calcula el perímetro de la base:

Pb = 5 • 3
Pb = 15 u

Luego se reemplazan los valores en la fórmula del área lateral:

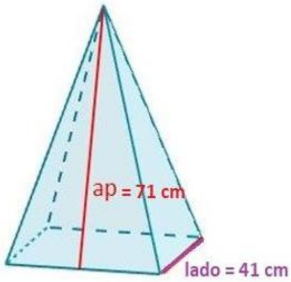
$$A_L = \frac{Pb \cdot ap}{2}$$

$$A_L = \frac{15 \cdot 6}{2}$$

$$A_L = \frac{90}{2}$$

$$A_L = 45\ u^2$$

2. Para regalarle a su sobrina, Roger decide mandar a elaborar una tienda de lona triangular, si la base es un cuadrado de lado 41 cm y la apotema de la pirámide es 71 cm. ¿Cuál es la cantidad de lona que debe comprar? (Calcular el área total)



Solución:

Para encontrar el área total de la pirámide, se suman: el área de la base y el área lateral:

Primero se calcula el perímetro de la base

Pb = 41 • 4

Pb = 164 u

Área lateral

$$A_L = \frac{Pb \cdot ap}{2}$$

$$A_L = \frac{164 \cdot 71}{2}$$

$$A_L = \frac{11644}{2}$$

$$A_L = 5822\ cm^2$$

Área de la base

$$A_B = lado * lado$$

$$A_B = 41 \cdot 41$$

$$A_B = 1681$$

Área Total

$$A_T = A_B + A_L$$

$$A_T = 1681 + 5822$$

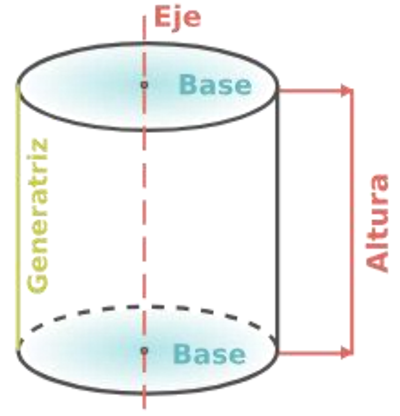
$$A_T = 7503\ cm^2$$

Se requieren 7503 cm^2 de lona.

Cilindros

El cilindro circular es un cuerpo geométrico generado de un rectángulo que gira alrededor de uno de sus lados.

Elementos del Cilindro	
	Eje: es el lado fijo alrededor del cual gira el rectángulo.
	Generatriz: segmento perpendicular a la base y cuyos extremos pertenecen a las circunferencias que las limitan.
	Altura (h): es la distancia entre las dos bases. Esta distancia es igual a la generatriz.

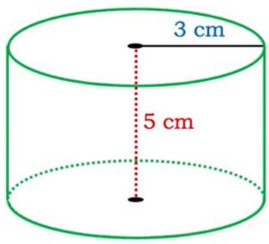
	**Base:** son círculos iguales y paralelos. El radio del círculo es también del cilindro.

Área Lateral	+	2 Área de la base	=	Área Total
$\boldsymbol{A_L = 2\pi r \cdot h}$		$\boldsymbol{2A_b = 2\pi r^2}$		$\boldsymbol{A_T = 2\pi r(r+h)}$

Donde:
r: radio
h: altura

Ejercicios Resueltos

1. Calcular el área total del siguiente cilindro:



Datos:

r = 3 cm

h = 5 cm

$\pi = 3.14$

$A_T = 120\pi$

$A_T = 376.8\ cm^2$

Solución:

Se reemplazan los datos en la fórmula

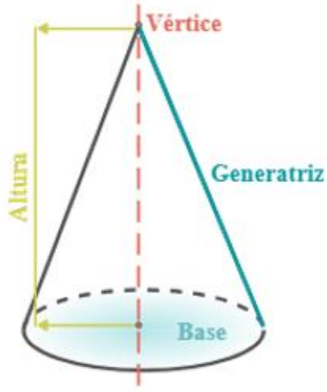
$\boldsymbol{A_T = 2\pi r(r+h)}$

$A_T = 2\pi(3)(3+5)$

$A_T = 15\pi(8)$

Conos

El cono es un cuerpo geométrico generado al hacer girar un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos. Se llama base al círculo inferior del cono y g a la hipotenusa que confluye en el vértice.

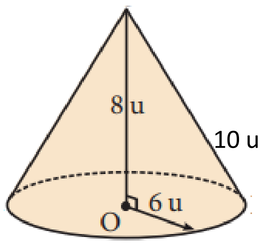
Elementos del Cono	
 	**Generatriz (g):** línea que al girar sobre el eje del cono engendra la superficie cónica de revolución.
	Vértice (V): punto donde confluyen las infinitas generatrices
	Altura (h): distancia del plano de la base al vértice de la pirámide
	Base (B): cara plana inferior; en el cono circular recto, es un círculo.

Área Lateral	+	**Área de la base**	=	**Área Total**
$A_L = \pi r g$		$A_b = \pi r^2$		$A_T = \pi r(r+g)$

Donde:
r: radio
h: altura

Ejercicios Resueltos

1. Calcular el área total del siguiente cono.



Datos:
h = 8
r = 6
g = 10

Solución:

$$\boldsymbol{A_T = \pi r(r+g)}$$
$$A_T = \pi 6(6+10)$$
$$A_T = \pi 6(16)$$
$$A_T = 96\pi$$
$$A_T = 96(3.14)$$

2. Jesús necesita confeccionar bonetes para la fiesta de cumpleaños de su hija y necesita saber cuánta cartulina comprar. Si el radio es de 8 cm y la generatriz de 25 cm, ¿cuál es el área lateral de cada bonete?

Solución:

Para encontrar el área lateral del cono se tiene la fórmula:

$\boldsymbol{A_L} = \boldsymbol{\pi\, r}g$

$\boldsymbol{A_L}$ = 3,14 * 8 * 25

$\boldsymbol{A_L}$ = **628 cm²**

Se requieren 628 cm² de cartulina para el bonete.

Bibliografía

FISICALAB (2023). Dominio de una función. https://www.fisicalab.com/apartado/dominio-funcion

FISICALAB (2023).Función Matemática. https://www.fisicalab.com/apartado/concepto-funcion

Matesfacil. (2021). *Continuidad y monotonía de funciones*. https://www.matesfacil.com/funciones.htm

Morena, M. (2015). *Función Real.* Matemáticas Modernas. https://matematicasmodernas.com/funcion-real